ŠIFRA KANDIDATA _ _ _ _ _

Zadatak 1. Vrijednost izraza $\left(4^{-0.25}+\left(3\sqrt{3}\right)^{-\frac{2}{3}}\right)\cdot\left(4^{-0.25}-\left(3\sqrt{3}\right)^{-\frac{2}{3}}\right)$ iznosi:

a) $\frac{7}{18}$ b) $-\frac{7}{18}$ c) 2 d) $\frac{7}{9}$ e) nijedan od odgovora a), b), c) i d).

Rješenje:

$$\left(4^{-0.25}+\left(3\sqrt{3}\right)^{-\frac{2}{3}}\right)\cdot\left(4^{-0.25}-\left(3\sqrt{3}\right)^{-\frac{2}{3}}\right)=\left(4^{-0.25}\right)^2-\left(\left(3\sqrt{3}\right)^{-\frac{2}{3}}\right)^2=\left(\left(2^2\right)^{-\frac{1}{4}}\right)^2-\left(\left(3\cdot3^{\frac{1}{2}}\right)^{-\frac{2}{3}}\right)^2$$

$$=2^{2\cdot\left(-\frac{1}{4}\right)\cdot 2}-3^{\left(1+\frac{1}{2}\right)\cdot\left(-\frac{2}{3}\right)\cdot 2}=2^{-1}-3^{-2}=\frac{1}{2}-\frac{1}{9}=\frac{7}{18}$$

Zadatak 2. Krećući se ravnomijerno brzinom od $56 km/h$ automobil pređe neki put za 3 sata. Ako mu se brzina smanji za $8 km/h$ automobil će preći taj put za:

a) 3 sata i 30 minuta
b) 4 sata i 30 minuta
c) 3 sata i 50 minuta
d) 4 sata i 50 minuta
e) nijedan od odgovora a), b), c) i d).

Rješenje:
Brzina kretanja i vrijeme su obrnuto proporcionalne veličine. Neka je v brzina, a t vrijeme.
$v=56,\ t=3$ $v\cdot t=s \ \Rightarrow\ s=3\cdot 56=168$

Za $v=56-8=48$ dobijemo $t=\frac{s}{v}=\frac{168}{48}=\frac{7}{2}=3.5$.
Krećući se smanjenom brzinom automobil će preći taj put za tri sata i trideset minuta.

Zadatak 3. Izraz $\dfrac{4}{a+\dfrac{1}{b+\dfrac{1}{c}}}:\dfrac{1}{a+\dfrac{1}{b}}-\dfrac{4}{b\left(abc+a+c\right)}$ je, uz uslove $b,c\neq 0,\ bc\neq -1,\quad abc+a+c\neq 0$, ekvivalentan izrazu:

a) 4 b) $\dfrac{4}{b}$ c) $4b$ d) $4\left(ab+1\right)$ e) nijedan od odgovora a), b), c) i d).

Rješenje:

$$\frac{4}{a+\dfrac{1}{b+\dfrac{1}{c}}}:\frac{1}{a+\dfrac{1}{b}}-\frac{4}{b\left(abc+a+c\right)}=\frac{4}{a+\dfrac{1}{\dfrac{bc+1}{c}}}:\frac{1}{\dfrac{ab+1}{b}}-\frac{4}{b\left(abc+a+c\right)}$$

$$=\frac{4}{a+\dfrac{c}{bc+1}}\cdot\frac{ab+1}{b}-\frac{4}{b\left(abc+a+c\right)}=\frac{4}{\dfrac{abc+a+c}{bc+1}}\cdot\frac{ab+1}{b}-\frac{4}{b\left(abc+a+c\right)}$$

$$=\frac{4\left(bc+1\right)}{abc+a+c}\cdot\frac{ab+1}{b}-\frac{4}{b\left(abc+a+c\right)}=\frac{4\left(bc+1\right)\left(ab+1\right)-4}{b\left(abc+a+c\right)}=\frac{4\left(ab^2c+bc+ab\right)}{b\left(abc+a+c\right)}=4$$

Zadatak 4. Sva rješenja jednačine $\left|3-x\right|+4x=5\left|2+x\right|-13$ u skupu realnih brojeva su:

a) $x\in\left\{\dfrac{-13}{4}\right\}\cup\left[3,+\infty\right)$

b) $x\in\left[3,+\infty\right)$

c) $x\in\left\{\dfrac{-13}{4},3\right\}$

d) $x\in\left\{\dfrac{-13}{4}\right\}$

e) nijedan od odgovora a), b), c) i d).

Rješenje:
Prema definiciji apsolutne vrijednosti je
$\left|3-x\right|=\begin{cases}3-x, & za\quad x\leq 3\\ -(3-x), & za\quad x>3\end{cases}$, $\left|2+x\right|=\begin{cases}2+x, & za\quad x\geq -2\\ -(2+x), & za\quad x<-2\end{cases}$, pa proizilazi da je potrebno posmatrati tri slučaja.
U slučaju $x<-2$ jednačina se reducira na $3-x+4x=5(-2-x)-13\Leftrightarrow 8x=-26$, pa je rješenje prvog slučaja $x=\dfrac{-13}{4}$. U slučaju $-2\leq x\leq 3$ jednačina se reducira na $\left(3-x\right)+4x=5\left(2+x\right)-13=0\Leftrightarrow x=3$, pa je rješenje drugog slučaja $x=3$. U slučaju $x>3$ jednačina se reducira na $-3+x+4x=5\left(2+x\right)-13\Leftrightarrow -3=-3$, što je identički zadovoljeno za sve realne vrijednosti x kojie zadovoljavaju postavljeni uslov $x>3$. Dakle, konačno rješenje ovog slučaje je $x\in\left(3,+\infty\right)$. Konačano rješenje je $x\in\left\{\dfrac{-13}{4}\right\}\cup\left\{3\right\}\cup\left(3,+\infty\right)=\left\{\dfrac{-13}{4}\right\}\cup\left[3,+\infty\right)$.

Zadatak 5. Ostatak pri dijeljenju polinoma $A(x)=x^6+2x^5+x^3-12x^2+x+1$ polinomom $B(x)=-x+2$ je:

a) 91	b) -91	c) -19	d) 19	e) nijedan od odgovora a), b), c) i d).

Rješenje:

Ostatak pri djeljenju polinoma $A(x)$ polinomom $B(x)$ isti je kao i ostatak pri dijeljenju polinoma $A(x)$ polinomom $-B(x)=x-2$. Prema Bezoutovom stavu slijedi da je ostatak pri dijeljenju polinoma $A(x)$ s polinomom $B(x)$ jednak broju $A(2)$.

Kako je $A(2)=2^6+2\cdot 2^5+2^3-12\cdot 2^2+2+1=91$, to je i traženi ostatak 91.

Zadatak 6. Data je funkcija $f(x)=2x-4$.

Rješenje jednačine $f(1)+f(x+1)=f(7)+f^{-1}\left(-\frac{64}{x}\right)$ je:

a) 4	b) -4	c) -1	d) 1	e) nijedan od odgovora a), b), c) i d).

Rješenje:

Kako je $f(x)=2x-4$, to je $f(1)=2-4=-2$, $f(x+1)=2(x+1)-4=2x-2$ i $f(7)=14-4=10$.

Osim toga je $f^{-1}(x)=\frac{x+4}{2}$, pa je $f^{-1}\left(-\frac{64}{x}\right)=-\frac{32}{x}+2$, uz uslov $x\neq 0$.

Data jednačina postaje:

$$-2+2x-2=10-\frac{32}{x}+2$$

$$\frac{x^2-8x+16}{x}=0$$

$$(x-4)^2=0$$

Njeno rješenje je $x=4$.

Zadatak 7. Površina većeg dijagonalnog presjeka pravilne šesterostrane prizme iznosi $24cm^2$, a visina prizme je $3cm$. Zapremina prizme iznosi:

a) $V = 72\sqrt{3}cm^3$ b) $V = 24\sqrt{3}cm^3$ c) $V = 216\sqrt{3}cm^3$ d) $V = 24cm^3$ e) nijedan od odgovora a), b), c) i d).

Rješenje:
Veći dijagonalni presjek je pravougaonik čije su stranice visina *H* i duža dijagonala *d*. Iz uslova zadatka možemo izračunati stranicu baze prizme, a zatim i površinu baze koristeći da je baza pravilni šestougao.

$$H \cdot d = 24 \qquad a = \frac{d}{2} \qquad B = 6 \cdot \frac{\left(a^2\sqrt{3}\right)}{4}$$
$$3 \cdot d = 24$$
$$d = 8cm \qquad a = 4cm \qquad B = 24\sqrt{3}\ cm^2$$

Sada je:
$$V = BH = 24\sqrt{3} \cdot 3 = 72\sqrt{3}cm^3.$$

Zadatak 8. Polinom drugog stepena koji za $x = 0.5$ prima svoju minimalnu vrijednost $y = -2.25$, a $x = -1$ je njegova nula je oblika:

a) $f(x) = x^2 - x - 2$ c) $f(x) = x^2 + 2x + 1$ e) nijedan od odgovora a), b), c) i d).

b) $f(x) = -x^2 + x + 2$ d) $f(x) = -x^2 + 2x - 1$

Rješenje:
Polinom drugog stepena je oblika $f(x) = ax^2 + bx + c$. Desna strana posljednje realcije je kvadratna funkcija, pa da bi imala minimalnu vrijednost neophodno je da bude $a > 0$. Osim tog minimalna vrijednost se dostiže u tjemenu $T = \left(\frac{-b}{2a}, \frac{-\left(b^2 - 4ac\right)}{4a}\right)$. Slijedi da je $\frac{-b}{2a} = \frac{1}{2}$ i $\frac{-\left(b^2 - 4ac\right)}{4a} = -\frac{9}{4}$.

Iz uslova da je $x = -1$ nula datog polinom slijedi da je $a\left(-1\right)^2 - b + c = 0$.
Dakle, vrijednosti koeficijenata *a, b* i *c* potrebno je odrediti iz sistema

$$-2b = 2a$$
$$-4\left(b^2 - 4ac\right) = -36a$$
$$a - b + c = 0.$$

Slijedi da je $a = 1, b = -1, c = -2$. Dakle, traženi polinom je $f(x) = x^2 - x - 2$.

Zadatak 9. Neka je data jednačina $2x^2+3x+2=0$. Jednačina čija su rješenja recipročne vrijednosti kvadrata rješenja date jednačine je oblika:

a) $4x^2-x+4=0$

b) $x^2+4x-4=0$

c) $4x^2+x-4=0$

d) $x^2-4x+4=0$

e) nijedan od odgovora a), b), c) i d).

Rješenje:

Tražimo jednačinu oblika $y^2+py+q=0$ (varijablu smo označili sa y da bi je jasno razlikovali od varijable date jednačine), pri čemu je

$$p=-\left(y_1+y_2\right)=-\left(\frac{1}{x_1^2}+\frac{1}{x_2^2}\right)=-\frac{x_2^2+x_1^2}{\left(x_1x_2\right)^2}=-\frac{\left(x_2+x_1\right)^2-2x_1x_2}{\left(x_1x_2\right)^2},$$

$$q=y_1y_2=\frac{1}{x_1^2}\cdot\frac{1}{x_2^2}=\frac{1}{\left(x_1x_2\right)^2}.$$

Iz date jednačine, prema Vietovim pravilima je $x_1+x_2=-\frac{3}{2}$ i $x_1x_2=1$, pa je $p=-\left(\frac{9}{4}-2\right)=-\frac{1}{4}$ i $q=1$.

Data jednačina je $y^2-\frac{1}{4}y+1=0$, odnosno $4y^2-y+4=0$. Ukoliko varijablu označimo sa x jednačina poprima oblik $4x^2-x+4=0$.

Zadatak 10. Skup svih rješenje jednačine $\left(22^x-11\right)^2=22^x+99$ u skupu realnih brojeva je:

a) $\{0,1\}$

b) $\{1,22\}$

c) $\{1\}$

d) $\varnothing$

e) nijedan od odgovora a), b), c) i d).

Rješenje:

Uvođenjem smjene $t=22^x$, $t>0$, data jednačina se reducira na kvadratnu jednačinu

$$\left(t-11\right)^2=t+99 \Leftrightarrow t^2-23t+22=0,$$

čija su rješenja $t_1=22$ i $t_2=1$.

Prvo rješenje dovodi do jednačine $22=22^x$, pa je $x=1$.

Drugo rješenje dovodi do jednačine $1=22^x \Leftrightarrow 22^0=22^x$, pa je $x=0$. Dakle, skup rješenja date jednačine je dat sa $x\in\{0,1\}$.

Zadatak 11. Skup svih rješenja nejednačine $\log_{x^2}(x^2-1) > \log_x 4$ (u skupu realnih brojeva) je skup (uz ograničenje *na slučaj logaritma s pozitivnom bazom i različitom od* 1):

a) $(1,2)$ b) $(\sqrt{5},+\infty)$ c) $(\sqrt{17},+\infty)$ d) $(-\infty,1]\cup(2,+\infty)$ e) nijedan od odgovora a), b), c) i d).

Rješenje:
Definiciono područje za zadanu nejednačinu je skup $\{x \in \mathbb{R}: x^2-1>0 \wedge x^2 \neq 0 \wedge x^2 \neq 1 \wedge x > 0\}$, to jeste interval $(1,+\infty)$. Početna nejednačina se može transformisati u oblik:

$$\log_{x^2}(x^2-1) > \log_{x^2} 4^2.$$

S obzirom da je je baza posmatranog logaritma veća od 1 na domenu, slijedi: $x^2-1>16 \Longrightarrow |x| > \sqrt{17}$.
Iz presjeka skupa određenog posljednjom nejednakosti i definicionog područja slijedi da je skup svih rješenja zadane nejednačine interval $(\sqrt{17},+\infty)$.

Zadatak 12. Neka je $tgx=-\frac{9}{40}$ i $x\in\left(\frac{3\pi}{2},2\pi\right)$. Tada $\sin\frac{x}{2}$ iznosi:

a) $\frac{1}{\sqrt{82}}$ b) $\frac{40}{41}$ c) $-\frac{40}{41}$ d) $-\frac{9}{\sqrt{82}}$ e) nijedan od odgovora a), b), c) i d).

Rješenje:

Iz date vrijednosti za funkciju tangens, činjenice da je $tgx=\frac{\sin x}{\cos x}$ i osnovnog trigonometrijskog identiteta $\sin^2 x+\cos^2 x=1$, vodeći računa o datom uslovu za *x*, slijedi da je $-\frac{\sqrt{1-\cos^2 x}}{\cos x}=-\frac{9}{40}$. Posljednja realcija se smjenom $\cos x = t$ reducira na kvadratnu jednačinu $1600-1681t^2=0$, čija su rješenja $t_{1,2}=\pm\frac{40}{41}$, no prema uslovu zadatka traženi ugao je u četvrtom kvadrantu, pa je rješenje od interesa $\cos x=\frac{40}{41}$. Iz formule sa kosinus polovičnog ugla je $\sin\frac{x}{2}=\pm\sqrt{\frac{1-\cos x}{2}}=\pm\frac{1}{\sqrt{82}}$. Dati uslov implicira da je $\frac{x}{2}\in\left(\frac{3\pi}{4},\pi\right)$, pa je traženo rješenje $\sin\frac{x}{2}=\frac{1}{\sqrt{82}}$.

Zadatak 13. Skup svih rješenja, u skupu realnih brojeva, trigonometrijske jednačine $4\cdot\cos x\cdot\sin^2 x=\cos x-\sin x$ zadan je formulom:

a) $x=\pm\frac{\pi}{6}+\frac{2k\pi}{3}\ (k\in\mathbb{Z})$

b) $x=\pm\frac{\pi}{18}+\frac{k\pi}{4}\ (k\in\mathbb{Z})$

c) $x=k\pi-\frac{\pi}{4}\ (k\in\mathbb{Z})$

d) $x=\pm\frac{\pi}{6}+\frac{k\pi}{4}\ (k\in\mathbb{Z})$

e) nijedan od odgovora a), b), c) i d).

gdje je $\mathbb{Z}$ skup svih cijelih brojeva.

Rješenje: Vrijedi:

$$2(2\cos x\cdot\sin x)\cdot(\sin x)=\cos x-\sin x\Leftrightarrow 2\sin(2x)\cdot\sin x=\cos x-\sin x$$

$$\Leftrightarrow -\cos(3x)+\cos x=\cos x-\sin x\Leftrightarrow \cos(3x)=\sin x\Leftrightarrow \sin x=\sin\left(3x+\frac{\pi}{2}\right)$$

$$\Leftrightarrow -2\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)\cos\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)=0$$

$$x_1^{(k)}=k\pi-\frac{\pi}{4}\ (k\in\mathbb{Z}),\ x_2^{(k)}=\frac{k\pi}{2}+\frac{\pi}{8}\ (k\in\mathbb{Z}).$$

Zadatak 14. Sve vrijednosti realnog parametra m za koje jednačina $\cos^6 x+\sin^6 x=m$ ima realna rješenja su:

a) $m\in\left[\frac{1}{4},1\right]$

b) $m\in\left[-\frac{1}{4},1\right]$

c) $m\in\left[-1,-\frac{1}{4}\right]\cup\left[\frac{1}{4},1\right]$

d) $m\in\left[-1,\frac{1}{4}\right]$

e) nijedan od odgovora a), b), c) i d).

Rješenje:
Prvo izvršimo transformaciju date relacije:

$$\cos^6 x+\sin^6 x=m\Leftrightarrow\left(\cos^2 x\right)^3+\left(\sin^2 x\right)^3=m\Leftrightarrow\left(\cos^2 x+\sin^2 x\right)\left(\cos^4 x-\cos^2 x\sin^2 x+\sin^4 x\right)=m$$

$$\Leftrightarrow\cos^4 x-\cos^2 x\sin^2 x+\sin^4 x=m\Leftrightarrow\left(\cos^2 x+\sin^2 x\right)^2=m+3\cos^2 x\sin^2 x\Leftrightarrow 1=m+3\cos^2 x\sin^2 x$$

$$\Leftrightarrow 1-m=3\cos^2 x\sin^2 x\Leftrightarrow\frac{4}{3}(1-m)=4\cos^2 x\sin^2 x\Leftrightarrow\frac{4}{3}(1-m)=(\sin 2x)^2.$$

Iskoristimo ograničenost funkcije sinus. Slijedi da je

$-1\le\sin 2x\le 1$, odnosno nakon kvadriranja $0\le(\sin 2x)^2\le 1$, pa je

$$0\le\frac{4}{3}(1-m)\le 1\Leftrightarrow 0\le 4-4m\le 3\Leftrightarrow\frac{1}{4}\le m\le 1.$$

Zadatak 15. Jednačina prave koja prolazi presječnom tačkom pravih određenih jednačinama $2x-y-5=0$ i $3x+2y+3=0$ i okomita je na pravu $4x-y=-5$ je oblika:

a) $4y+x+11=0$

b) $4y-x+11=0$

c) $y+4x+11=0$

d) $y-4x+11=0$

e) nijedan od odgovora a), b), c) i d).

Rješenje:
Presječnu tačku datih pravih odredit ćemo rješavajući sistem koji čine njihove jednačine. Iz

$2x-y-5=0$

$3x+2y+3=0$,

slijedi da je $x=1$ i $y=-3$, pa je presječna tačka $T(1,-3)$. Koeficijent pravca tražene prave k mora zadovoljavati osobinu da je $kl=-1$, gdje je l koeficijent pravca date prave. Transformišuću datu jednačinu $4x-y=-5$ u eksplicitni oblik $y=4x+5$ zaključujemo da je $l=4$, pa je $k=-\frac{1}{4}$.
Traženu jednačinu dobijemo koristeći jednačinu prave kroz tačku uz poznat koeficijent pravca. Dakle, $y-(-3)=-\frac{1}{4}(x-1)$, pa je $4y+12=-x+1$, odnosno $4y+x+11=0$.

Zadatak 16. Poluprečnik kružnice opisane oko trougla čiji su vrhovi $A(3,2)$, $B(2,-3)$, $C(-2,5)$ je:

a) $\frac{20}{\sqrt{26}+2\sqrt{5}+\sqrt{34}}$

b) $\frac{28}{\sqrt{26}+3\sqrt{5}+\sqrt{34}}$

c) $\frac{30}{\sqrt{26}+4\sqrt{5}+\sqrt{34}}$

d) $\frac{20}{\sqrt{26}+\sqrt{5}+\sqrt{34}}$

e) nijedan od odgovora a), b), c) i d).

Rješenje: Površina zadanog trougla je:

$P=\frac{1}{2}\left|3(-3-5)+2(5-2)+(-2)(2+3)\right|=\frac{1}{2}\left|-28\right|=14$ (kvadratnih jedinica).

Dužine stranica zadanog trougla su:

$a=|AB|=\sqrt{(3-2)^2+(2+3)^2}=\sqrt{26}$, $b=|BC|=\sqrt{(2+2)^2+(-3-5)^2}=\sqrt{80}=4\sqrt{5}$,

$c=|CA|=\sqrt{(-2-3)^2+(5-2)^2}=\sqrt{34}$,

pa je obim trougla ΔABC zadan sa O $=\sqrt{26}+4\sqrt{5}+\sqrt{34}$.

Poluprečnik kružnice opisane oko trougla ΔABC je zadan sa:

$$R=\frac{abc}{4P}=\frac{\sqrt{26}\cdot 4\sqrt{5}\cdot\sqrt{34}}{4\cdot 14}=\frac{\sqrt{13}\cdot\sqrt{5}\cdot\sqrt{17}}{7}.$$

Zadatak 17. Neka je $w=-i^{2017}-i^{2016}-3i^{3}$, gdje je i imaginarna jedinica, tada je modul kompleksnog broja $z=|-5i|+w^{2}-\frac{1}{3i}\overline{w}$:

a) $|z|=\frac{\sqrt{233}}{3}$ b) $|z|=\frac{\sqrt{185}}{3}$ c) $|z|=1$ d) $|z|=\frac{\sqrt{1193}}{3}$ e) nijedan od odgovora a), b), c) i d).

Rješenje:

Prema osobinama stepenovanja imaginarne jedinice je
$w=-i^{2017}-i^{2016}-3i^{3}=-i-1-3(-i)=2i-1$.
Sada je

$$z=|-5i|+w^{2}-\frac{1}{3i}\overline{w}=5+\left(2i-1\right)^{2}-\frac{1}{3i}\left(-2i-1\right)$$

$$=5+\left(-4-4i+1\right)+\frac{2i+1}{3i}\cdot\frac{i}{i}=2-4i+\frac{-2+i}{-3}=2-4i+\frac{2}{3}-\frac{i}{3}=\frac{8}{3}-\frac{13}{3}i.$$

Slijedi da je $|z|=\sqrt{\frac{64}{9}+\frac{169}{9}}=\frac{\sqrt{233}}{3}$.

Zadatak 18. Suma prva tri člana geometrijskog niza je $\frac{37}{8}$, a suma prvih šest članova je $\frac{3367}{512}$. Kvocjent posmatranog geometrijskog niza je:

a) $q=\frac{3}{4}$ b) $q=\frac{33}{46}$ c) $q=\frac{3}{8}$ d) $q=\frac{3}{2}$ e) nijedan od odgovora a), b), c) i d).

Rješenje:

Označimo sa S_n sumu prvih n članova geometrijskog niza. Vrijedi $S_n=a_1\frac{1-q^{n}}{1-q}$, $q\neq 1$, gdje je a_1 prvi član, a q kvocjent posmatranog niza. Prema podacima iz postavke zadatka je

$S_3=a_1\frac{1-q^{3}}{1-q}=\frac{37}{8}$, $S_6=a_1\frac{1-q^{6}}{1-q}=\frac{3367}{512}$. Slijedi da je $\frac{S_6}{S_3}=\frac{1-q^{6}}{1-q^{3}}=\frac{91}{64}$.

Uvođenjem smjene $q^{3}=t$, posljednja relacija se reducira na kvadratnu jednačinu $1-t^{2}=\frac{91}{64}\left(1-t\right)\Leftrightarrow\left(1-t\right)\left(1+t-\frac{91}{64}\right)=0$. Prvo rješenje $t=1$ nije od interesa, jer implicira $q=1$.

U drugom slučaju je $t=\frac{27}{64}$, pa je $q=\frac{3}{4}$.

Zadatak 19. Broj načina na koji možemo odrediti šifru od deset karaktera koji pripadaju skupu $\{x, y\}$ tako da je zastupljen isti broj karaktera *x*, kao i karaktera *y*, iznosi:

a) 252	b) 63504	c) 1024	d) 2^5	e) nijedan od odgovora a), b), c) i d).

Rješenje:

Obzirom da je šifra sačinjena od 10 karektera i da ima jednak broj karaktera *x*, kao i karaktera *y* zaključujemo da i jednih i drugih ima po 5. Primijetimo da ukoliko znamo pozicije karaktera *x* tada su potpuno određene pozicije karaktera y. Slijedi da je traženi broj šifara jednak broju načina na koji možemo izabrati pet pozicija na kojima se nalaze karakteri *x*. Jednak je broju podskupova veličine 5 od 10 elemenata. Taj broj je $\binom{10}{5} = \frac{10!}{5!5!} = \frac{6\cdot7\cdot8\cdot9\cdot10}{120} = \frac{30240}{120} = 252$.

Zadatak 20. Oznaka $a_{(b)}$ je oznaka broja *a* zapisanog u brojnom sistemu s bazom *b*. Suma $1010_{(2)} + 1010_{(3)} + 1010_{(4)}$ jednaka je broju:

a) $413_{(5)}$	b) $3030_{(4)}$	c) $3030_{(5)}$	d) $127_{(10)}$	e) nijedan od odgovora a), b), c) i d).

Rješenje:

Koristit ćemo dekadni brojni sistem da izvršimo naznačeno računanje.

$1010_{(2)} = 10_{(10)}$

$1010_{(3)} = 30_{(10)}$

$1010_{(4)} = 68_{(10)}$.

Slijedi da je $1010_{(2)} + 1010_{(3)} + 1010_{(4)} = 10_{(10)} + 30_{(10)} + 68_{(10)} = 108_{(10)}$.

Kako je $108 = 4\cdot25 + 1\cdot5 + 3 = 4\cdot5^2 + 1\cdot5^1 + 3\cdot5^0$ slijedi da je $108_{(10)} = 413_{(5)}$, pa je i

$1010_{(2)} + 1010_{(3)} + 1010_{(4)} = 413_{(5)}$.

Napomena, zadatak se može riješiti i računanjem u nekoj drugoj bazi.