

OBRAZLOŽENJE PRIJEDLOGA TEME DOKTORSKE DISERTACIJE

Kandidat:

Kemal Lutvica,

Magistar elektrotehnike - Diplomirani inženjer elektrotehnike, odsjek automatika i elektronika

Radni naslov teme doktorske disertacije:

Algoritmi višekriterijalne optimizacije kolonijom mrava

1 Uvod

U posljednje vrijeme, pokazalo se da primjena heurističkih i metaheurističkih algoritama za rješavanje kompleksnih problema iz oblasti optimizacije daje odlične rezultate. Optimizacija kolonijom mrava (ACO, skraćeno od eng. *Ant colony optimization*) je metaheuristika koja je u posljednje dvije decenije uspješno primijenjena na razne probleme iz oblasti kombinatoričke optimizacije od kojih mnogi spadaju u kategoriju NP-teških problema.

Sve aktuelne varijante ACO metaheuristike se u svojoj osnovi mogu svesti na relativno mali set prilično prostih mehanizama koji omogućavaju pretraživanje problemskog prostora. Međutim, svaki od tih mehanizama omogućava uvođenje mnoštva varijacija koje mogu imati značajan uticaj na kvalitet performansi rezultujućeg algoritma. Klasifikacija ACO algoritama prema formi i sadržaju pomenutih mehanizama te analiza uticaja izbora u dizajnu algoritma na performanse istog predstavljaju aktuelne naučno-istraživačke probleme. Također, generalni organizacijski okvir ACO metaheuristike je takav da dozvoljava relativno jednostavno uvođenje inovacija u svaki od mehanizama što dodatno inspiriše istraživanje u ACO oblasti. Ovo posebno dolazi do izražaja kod višekriterijalnih ACO algoritama (MOACO, skraćeno od eng. *Multi-objective ACO*).

U ovoj doktorskoj disertaciji, iako će biti pobrojani i diskutovani svi najvažniji postojeći ACO algoritmi, akcenat će biti stavljen upravo na MOACO algoritme. Potencijal ACO algoritama u rješavanju visokodimenzionalnih problema optimizacije je dokazan u mnogim radovima [1][2][3]. U radu će biti istraživane mogućnosti unapređenja postojećih višekriterijalnih ACO algoritama te primjene istih na praktične probleme gdje, naizgled mala unapređenja u performansi, mogu za posledicu imati itekako značajne uštede u realnim resursima. Samo neke od oblasti u kojima je moguće naći primjenu ovakvih algoritama su upravljanje elektro-energetskim sistemom, planiranje elektro-distributivne mreže, planiranje trasa cestovnog saobraćaja, rutiranje u telekomunikacijskim tehnologijama, planiranje skladištenja i eksploatacije resursa (logistički problem prisutan u skoro svim većim skladištima) itd.

2 Pregled aktuelnog stanja u oblasti istraživanja

2.1 Uvod

Klasični algoritmi optimizacije su često inspirisani konkretnim problemskim situacijama i kreirani upravo za rješavanje istih. Kada je riječ o problemima iz domena za koji su takvi algoritmi inicijalno i kreirani, klasični algoritmi postižu veoma dobre rezultate. Međutim, kada se klasični algoritmi pokušaju iskoristiti za rješavanje problema koji ne spadaju u domen problema za čije su rješavanje namijenjeni, performansa svakog od ovih algoritama se ili bitno degradira, ili ih je u takvim situacijama u potpunosti nemoguće primijeniti (algoritmi postaju neupotrebljivi za pronalazak rješenja u realnom vremenu ili su rješenja koja uspiju pronaći nedovoljno kvalitetna) [4].

Alternativu klasičnim algoritmima u posljednje vrijeme sve više predstavljaju tzv. heuristički algoritmi [4]. Naime, heuristički algoritmi su često u stanju da u realnom vremenu pronađu dovoljno kvalitetno rješenje problema s tim što nije moguće ili nije jednostavno dokazati da je dobiveno rješenje optimalno ili blizu optimalnom [4][5]. Ovakvi algoritmi se u pravilu primjenjuju za rješavanje vrlo kompleksnih problema. Kod heurističkih algoritama je fokus interesovanja na numeričkoj performansi i jednostavnosti, dok su tačnost i preciznost u drugom planu. Tokom pretraživanja problemskog prostora, heuristički algoritam se vodi neformalnim mehanizmima kao što su iskustvo, znanje, intuicija i sl. Posebnu podklasu heurističkih algoritama čine metaheuristički algoritmi. Metaheuristički algoritam je algoritam čiji se mehanizam pretraživanja problemskog prostora zasniva na nekom od algoritama koji se mogu svrstati u klasu heurističkih algoritama [6]. Heuristički algoritam je u strukturu metaheurističkog algoritma ugrađen na način da omogućava primjenu metaheurističkog algoritma za rješavanje široke klase problema traženja rješenja, znatno šire od onog domena za koji je predviđen heuristički algoritam. Na taj način je izvorni heuristički algoritam apstrahovan od domena problema za čije se rješavanje isti koristio i podignut na viši, meta nivo. Sa tog nivoa, moguće je heuristiku izvornog heurističkog algoritma primijeniti na rješavanje čitave klase problema.

Deneubourg, Goss i saradnici [7][8] su u kontrolisanim eksperimentalnim uslovima dokazali da mravi u potrazi za hranom mogu pronaći najkraći put od njihovog gnijezda do izvora hrane markirajući put kojim se kreću supstancom koja se naziva feromon [9]. Termin ACO obuhvata metaheurističke algoritme čiji se mehanizam pretraživanja problemskog prostora zasniva na heuristici koja je inspirisana ponašanjem realnih mrava tokom njihovog traganja za hranom [10]. Iako je riječ o relativno mladoj oblasti, značajan je broj razvijenih ACO algoritama koji za širok spektar problema postižu jako dobre rezultate. Generalno govoreći, ACO može biti primijenjen na bilo koji problem kombinatoričke optimizacije za koji je moguće osmisliti proceduru konstrukcije rješenja. ACO metaheuristika predstavlja distribuirani, stohastički metod pretraživanja problemskog prostora koji se bazira na indirektnoj komunikaciji kolonije (umjetnih) mrava koja se odvija posredstvom feromonskih tragova. Feromonski tragovi u ACO imaju ulogu distribuiranih numeričkih informacija koje mravi koriste kako bi probabilistički konstruirali rješenje za razmatrani problem. Tokom izvršavanja algoritma, mravi modificiraju feromonske tragove (najčešće spremljene u obliku matrica feromonskih tragova) i na taj način drugim mravima prenose informaciju o kvalitetu rezultata njihove pretrage [9][11].

U literaturi se jako često uz termin ACO pominje i termin kolektivne inteligencije [12]. Autori termina kolektivne inteligencije su Gerardo Beni i Jing Wang [13]. Pod pojmom kolektivne inteligencije (eng. *Swarm Intelligence*) se podrazumijeva vještačka inteligencija koja se bazira na kolektivnom ponašanju decentralizovanih, samoorganizirajućih sistema. Svaki od sistema (agenata) koji je dio kolektiviteta ispoljava krajnje jednostavne forme ponašanja i može poduzeti akcije iz skromnog skupa mogućih akcija. Međutim, agenti u kooperaciji čine jedinstven kolektivitet koji je za određene vrste aktivnosti u stanju realizirati ciljeve koji daleko nadilaze sposobnosti pojedinačnih agenata. Primjeri kolektivne inteligencije se susreću u prirodi kod organizama koji žive u kolonijama, kao što su mravi i termiti, te u rojevima, kao što su pčele, ose i drugi insekti [4]. ACO predstavlja jednu od najistaknutijih tehnika iz oblasti kolektivne inteligencije [11][12][14].

Generalno govoreći, heurističke algoritme prema mehanizmu pretrage prostora rješenja možemo podijeliti na modelski bazirane (eng. *model based*) i primjerski bazirane (eng. *instance based*). Primjerski bazirani algoritmi generišu nova rješenja koristeći se postojećim rješenjem ili setom rješenja. Primjer pripadnika ove grupe algoritama su genetički algoritmi. Modelski bazirani algoritmi generišu nova rješenja koristeći se parametriziranim probabilističkim modelom koji se osvježava pomoću prethodnih rješenja i time usmjerava pretragu na regiju sa kvalitetnijim rješenjima. ACO spada u modelski bazirane algoritme i jedan je od uspješnijih algoritama iz ove kategorije [15].

Iako se ova doktorska disertacija bavi prvenstveno analizom višekriterijalnih ACO algoritama, važno je napomenuti da se u osnovi istih uz manje ili veće modifikacije nalaze isti mehanizmi na kojima se baziraju i jednokriterijalni ACO algoritmi. Zbog toga je prirodno se u ovom pregledu aktuelnog stanja u oblasti istraživanja, prvo da kratak pregled metoda i tehnika jednokriterijalne optimizacije kolonijom mrava nakon čega će biti prezentirano aktuelno stanje u polju višekriterijalne optimizacije kolonijom mrava.

2.2 Jednokriterijalni ACO algoritmi (SOACO)

Nakon početnih, manje uspješnih varijanti ACO algoritama, prva verzija koja je s određenim stepenom uspješnosti primijenjena na rješavanje složenijih problema (*TSP*, skraćeno od eng. *Travelling salesman problem*) bio je tzv. mravlji sistem (*AS*, skraćeno od eng. *Ant System*) [16][17]. Iako su prvobitno predložene tri verzije *AS* algoritma (*Ant-Density*, *Ant-Quantity* i *Ant-Cycle*), danas se pod *AS* isključivo podrazumijeva tzv. *Ant-Cycle* pristup pri kojem se vrijednost feromonskog traga ažurira tek nakon što su svi mravi završili proces konstrukcije rješenja. Pritom je vrijednost promjene feromonskog traga u funkciji kvaliteta pronađenog rješenja [11]. *AS* je inicijalno dao ohrabrujuće rezultate međutim bitno je napomenuti da su oni bili slabiji od rezultata, tada aktuelnih najboljih algoritama za rješavanje *TSP*-a. Nedugo nakon predstavljanja *AS* algoritma, uslijedilo je mnoštvo unapređenja inicijalnog algoritma koja su se i do danas zadržala i predstavljaju osnovu skoro svih aktuelnih ACO algoritama. Pojavljivanje *AS* algoritma, unatoč relativno skromnim performansama, dalo je ogroman impuls naučnoj zajednici da intenzivira istraživanje u oblasti za koju je *AS* pokazao da obećava mnogo. Upravo je to najveći doprinos i značaj *AS*-a.

Brojne su modifikacije koje popravljaju performansu izvornog *AS* algoritma [18], međutim tri varijante su se pokazale kao bazične i većinu drugih je moguće definisati kao daljnju modifikaciju

jedne od njih: elitistički AS (*EAS*, skraćeno od eng. *Elitist AS*), AS sa rangiranjem (*AS_{rank}*, skraćeno od eng. *Rank-based AS*) i maks-min AS (*MMAS*, skraćeno od eng. *MAX-MIN AS*). Sve tri varijante AS koriste istu proceduru za kreiranje potencijalnih rješenja i istu proceduru isparavanja feromona. Razlike između varijanti se pojavljuju u pogledu načina na koji se ažurira vrijednost feromonskog traga, te u nekim dodatnim detaljima vezanim za određivanje vrijednosti feromonskog traga.

EAS predstavlja prvu poboljšanu varijantu osnovnog AS algoritma koju je predložio M. Dorigo [11][16]. Osnovna ideja ovog algoritma se sastoji u tome da se jako naglasi najbolja pronađena staza od početka izvršavanja algoritma. Najboljem mravu od početka izvršavanja algoritma (tzv. *best-so-far ant*) se dozvoljava da ostavi dodatnu količinu feromona na grane najbolje staze.

AS_{rank} su predložili Bullnheimer, Hartl i Strauss [19]. Rezultati eksperimentalne evaluacije ukazuju da je performansa AS na bazi rangiranja nešto bolja nego performansa EAS i znatno bolja od performanse originalnog AS algoritma. U ovoj varijanti AS se količina feromona koju ostavlja svaki mrav smanjuje sa rangom mrava u koloniji. Osim toga, kao i u EAS, najbolji mrav od pokretanja algoritma ostavlja dodatni feromon. Prije ažuriranja feromona, mravi se rangiraju na osnovu vrijednosti rješenja koje su pronašli u tekućoj iteraciji. Ovako određeni rang se onda koristi da bi se odredila količina feromona koju će mrav ostaviti na granama staze kojom je prošao.

MMAS su predložili Stützle i Hoos 1997. godine, uvodeći četiri modifikacije u odnosu na osnovni AS algoritam [11][19][20][21]. Naime, samo najbolji mrav u okviru tekuće iteracije (tzv. *iteration-best ant*) ili najbolji mrav od pokretanja algoritma (*best-so-far ant*) mogu ostaviti feromon na grane staze kojom su prošli. Vrijednost feromonskog traga na svakoj grani je ograničena na interval čije su granice parametri algoritma. Feromonski tragovi svih grana se pri pokretanju algoritma inicijaliziraju na maksimalnu vrijednost intervala što uz relativno slab stepen isparavanja značajno stimulira istraživanje prostora potencijalnih rješenja u početnoj fazi izvršavanja algoritma. Posljednja izmjena jeste da kada se detektira stagniranje procesa pretraživanja, vrijednosti feromona na svim granama se reinicijaliziraju. Bez namjere da se u ovom kratkom tekstu detaljno objasne svi motivi iza, te posljedice svake od uvedenih modifikacija, nije pretjerano simplificirano reći da druga i treća modifikacija principijelno ublažavaju negativne posljedice one prve. Četvrtom modifikacijom je otvorena mogućnost da algoritam može napustiti lokalni ekstremum u koji je eventualno zapao.

U literaturi je moguće naći i nekoliko ACO algoritama koji performansu inicijalnog AS-a poboljšavaju uvođenjem dodatnih mehanizama koji nisu bili dio inicijalnog AS algoritma. Među njima se ističu Ant-Q, ACS (skraćeno od eng. *Ant Colony System*), ANTS (skraćeno od eng. *Approximate Nondeterministic Tree Search*), ACO Hyper-Cube Framework itd. Ovdje ćemo samo kratko pojasniti specifičnosti ACS algoritma s obzirom da se isti relativno često pominje u literaturi.

ACS je algoritam kojeg su predložili Dorigo i Gambardella [2]. U suštini se radi o modifikaciji Ant-Q algoritma kojeg su nešto ranije predložili isti autori [22]. Značajne su tri razlike u odnosu na AS. Kao prvo značajno se više eksploatira akumulirano iskustvo mrava primjenom znatno agresivnijeg pravila za izbor sljedeće akcije. Druga razlika se ogleda u tome da se isparavanje i polijeganje feromonskih tragova dešava samo na granama koje pripadaju tzv. *best-so-far* mravu. I na kraju, svaki put kada mrav iskoristi određenu granu kako bi se pomakao iz jednog u drugi čvor, on ukloni dio feromona sa te grane kako bi povećao mogućnost za korištenje alternativnih grana.

2.3 Višekriterijalni ACO algoritmi (MOACO)

U realnim životnim situacijama, mnoštvo je višekriterijalnih kombinatoričkih problema optimizacije gdje je potrebno simultano optimirati više suprotstavljenih kriterija na način da se dobiju rješenja koja predstavljaju dobre kompromise između različitih kriterija [23][24].

Klasični algoritmi višekriterijalne optimizacije u pravilu, skalariziranjem vektora kriterija, višekriterijalni problem pretvaraju u problem skalarne optimizacije. Od metoda skalarizacije vektora kriterija, posebno se ističu metod otežavanja kriterija, funkcije udaljenosti, min-maks formulacija i metod leksikografskog poretka [25]. Bitno je napomenuti da sve klasične tehnike za rješavanje višekriterijalnih problema imaju ozbiljne nedostatke. Svakako, za bilo kakvu diskusiju na ovu temu, neophodno poznavati oblast i vladati terminologijom vezanu za koncept Pareto optimuma. Koncept Pareto optimuma je formulisao Vilfredo Pareto u XIX stoljeću i ovaj koncept predstavlja osnovu istraživanja višekriterijalnih problemskih situacija [38]. Tako npr. klasični algoritmi u pravilu daju samo jedno rješenje kao krajnji rezultat. Poznato je da za realne problemske situacije, donosilac odluke (DM, skraćeno od eng. *Decision maker*) preferira da izabere između više ponuđenih alternativa [26]. Naime, tačke koje pripadaju skupu Pareto optimalnih tačaka, subjektu odlučivanja pružaju uvid u karakteristike problema što dodatno može uticati na konačnu odluku o izboru jedinstvene tačke kao rješenja problema [27]. Čak i ukoliko se tijekom jednog prolaza primijene različite težine kako bi se došlo do više alternativa, algoritam neće biti u stanju da izdvoji konkavne dijelove Pareto fronta [28]. Pored toga, DM bi, da bi uopšte na pravi način mogao kombinirati više kriterija u jedinstven kriterij, morao posjedovati značajno predznanje o problemu za koji se traži rješenje. Nadalje, ukoliko neki od kriterija nemaju kontinuiran prostor varijabli, moguće je da klasične metode uopšte neće ispravno funkcionirati. Ovo su samo neki od nedostataka klasičnih algoritama višekriterijalne optimizacije.

Da bi se prevazišli pomenuti ali i mnogi drugi problemi koje sa sobom nose klasične metode višekriterijalne optimizacije, u posljednje vrijeme je predloženo nekoliko naprednih metoda koje su uglavnom bazirane na već općepriznatim metaheuristikama kao što su simulirano hlađenje, evolucioni algoritmi te ACO algoritmi [29]. Skraćeno od eng. *Multi-objective ant colony optimization*, termin MOACO obuhvata sve višekriterijalne algoritme za optimizaciju, bazirane na ACO metaheuristicima.

Iako su u posljednjih nekoliko godina intenzivirana istraživanja mogućnosti primjene ACO principa na probleme višekriterijalne optimizacije, u početnim fazama razvoja MOACO oblasti, relativno mali broj objavljenih radova se ozbiljnije bavio višekriterijalnim kombinatoričkim problemima (*MOCO*, skraćeno od eng. *Multi-objective combinatorial optimization*) gdje je granična aspiracija definisana u smislu Pareto optimalnosti [25][30][31][32][33][34][35][36][37]. Naime, većina predloženih algoritama iz tog perioda je bila primjenjiva samo na probleme gdje je dat leksikografski poredak važnosti kriterija [39][40][41]. Niti jedan od pristupa prezentovanih u datim referencama ne može biti primijenjen na probleme gdje kriteriji ne mogu biti leksikografski poredani po važnosti. Izuzetak bi predstavljao rad autora Iredi, Merkle i Middendorf [42], koji su testirali više-kolonijski ACO algoritam za dvo-kriterijalni *single machine total tardiness* problem sa promjenjivim cijenama. Predložili su korištenje po jedne feromonske matrice za svaki kriterij (u njihovom slučaju 2 matrice). Za konstrukciju rješenja, svaki mrav koristi težine kako bi kombinirao matrice feromonskih tragova te

matrice heurističkih znanja, za svaki od dva kriterija. Kako bi se relativni značaj svakog od kriterija naglasio, svaki mrav koristi različite težine (ali iste za svaku iteraciju). Svaka kolonija ima svoje dvije feromonske matrice, svoje setove težina te se na taj način može posvetiti pretraživanju u smislu aproksimacije određenog dijela Pareto fronta. Nedominirana rješenja koja se pronađu u trenutnoj iteraciji se koriste za osvježavanje feromonskih matrica. Kolonije sarađuju na način da se rješenja druge kolonije koriste kako bi se otkrila dominirana rješenja ili nova nedominirana rješenja što utiče na osvježavanje matrica feromonskih tragova svake od kolonija [32].

Ipak, u posljednje vrijeme, primjetan je porast broja radova koji svoj fokus stavljaju upravo na višekriterijalnu optimizaciju algoritmima baziranim na kolonijama mrava [39][40][42][43][44][45][46][47][48][49][50][51][52][53]. Alaya i saradnici su proučavali MOACO algoritme za višekriterijalni problem ranca (*multiobjective knapsack problem*). Uporedili su performanse za četiri varijante algoritma koje se razlikuju po broju kolonija i načinu agregiranja feromonskih matrica [54]. U nešto starijem radu, vršena je usporedba opcija dizajna MOACO algoritama za bikriterijalni *quadratic assignment problem* (bQAP) [55]. U skorijoj prošlosti, ovaj rad je proširen i na bikriterijalni TSP (bTSP) [56].

I ova doktorska disertacija predstavlja skroman doprinos naporu naučne zajednice da se u oblasti koja obećava mnogo, detaljnije analiziraju mogućnosti unapređenja performansi algoritama višekriterijalne optimizacije, a koji se mogu podvesti pod metaheuristiku optimizacije kolonijom mrava. U nastavku je dat pregled aktuelnog stanja u MOACO oblasti.

2.3.1 MOACO - aktuelno stanje i trendovi

U radovima iz relativno bliske prošlosti [57][58][59] opisano je i analizirano nekoliko višekriterijalnih ACO (MOACO) algoritama za rješavanje problema iz domena kombinatoričke optimizacije. García-Martínez i saradnici su predložili sistematizaciju za MOACO algoritme, fokusirajući se na empirijsku analizu algoritama pri rješavanju problema Bi-kriterijalnog TSP-a [57]. Klasifikacija je izvršena na osnovu upotrebe jedne ili više matrica feromonskih tragova, te jedne ili više matrica heurističkih znanja. Autori Angus i Woodward su predstavili novu sistematizaciju koja je proširena na različite attribute MOACO algoritama [58]. Izvršena je podjela algoritama na Pareto-bazirane, za slučajeve kada algoritam vraća set nedominiranih rješenja te na Pareto-nebazirane, kada algoritam vraća jedinstveno rješenje. Vezano za konstrukciju rješenja, algoritmi su podijeljeni na ciljane, dinamičke i fiksne. Prema osvježavanju feromona, autori su algoritme podijelili na individualne i globalne. Dodatna podjela je izvršena prema tipu Pareto arhiviranja. Autori López-Ibáñez i Stützle su predložili tehniku za automatsko konfigurisanje MOACO algoritama [59]. Detaljnija sistematizacija sa analizom algoritamskih komponenti koje u ranijim radovima nisu analizirane data je u [60]. Samo iz ovih nekoliko primjera, jasno je uočljiv trend da se, kada je riječ o analizi MOACO oblasti, ista provodi na način da se analiziraju MOACO algoritamske komponente, njihove varijante te uticaj na performansu algoritma. U tom smislu će, i u ovom radu, pregled aktuelnog stanja i trendova u MOACO oblasti također biti predstavljen u segmentima koji se fokusiraju na pojedine algoritamske komponente MOACO algoritama.

2.3.1.1 Broj kolonija

Kada je riječ o broju kolonija, MOACO algoritme možemo podijeliti na one koji koriste jedinstvenu te one koji koriste više kolonija. Samo neki od aktualnih MOACO algoritama sa jedinstvenom kolonijom su BicriterionAnt [42], SACO [47], MACS [43], MONACO [44], P-ACO [61], M3AS [62], MOA [63][64], MAS [65], MOACSA [66]. Od onih sa više kolonija, najčešće se pominju MOAQ [46] i COMPETants [67]. Ovdje je bitno napomenuti da ono što se podrazumijeva pod terminom *kolonija* značajno varira od rada do rada. Određeni broj autora termin *kolonija* koristi za bilo koju grupu mrava koja ima iste karakteristike tako da je moguće da mravi iz različitih kolonija za konstrukciju rješenja koriste iste matrice feromonskih tragova i heurističkih znanja. Iredi i saradnici [42] termin *kolonije* koriste samo za one algoritme koji zapravo predstavljaju više puta pokrenute algoritme sa jednom kolonijom. U tom slučaju, svaka od kolonija potencijalno može imati drugačija podešenja, a kolonije međusobno mogu komunicirati razmjenom rješenja. Prema ovoj definiciji, svaka kolonija ima nezavisne matrice feromonskih tragova i određen broj mrava koji isključivo koristi te matrice kako bi konstruisao rješenje.

Pristup sa jednom kolonijom je analogan onom za jednokriterijanu ACO varijantu. U pristupu sa više kolonija, svaka kolonija neovisno konstruiše rješenja uzimajući u obzir vlastite feromonske tragove i heuristička znanja, fokusirajući pretragu na određeni dio Pareto fronta. Jasno je da kolonije pritom mogu međusobno sarađivati na različite načine. Jedan od češćih vidova među-kolonijske saradnje jeste razmjena rješenja na način da se koristi dijeljena arhiva nedominiranih rješenja kako bi se otkrila ona dominirana. Drugi, također čest vid saradnje jeste razmjena rješenja za osvježavanje feromonskih tragova, na način da rješenja koja generiše određena kolonija utiču na feromonske tragove koji se osvježavaju u drugim kolonijama. COMPETants [67] algoritam koristi različite kolonije za svaki od kriterija pri čemu se svaka kolonija drži svoje odvojene feromonske matrice. Mana ovakvog pristupa jeste što će u većini slučajeva pretraga rezultirati ekstremima na Pareto frontu. Kako bi se ovo kompenziralo, COMPETants algoritam dodaje agente koje naziva špiunima koji s vremena na vrijeme kombiniraju informacije iz drugih kolonija kako bi se došlo do kompromisnih tačaka koje su bliže sredini Pareto fronta. MACS-VRP [70] algoritam predstavlja mutli-kolonijsku varijantu ACS-a primijenjenu na višekriterijski problem rutiranja vozila (*VRP*, skraćeno od eng. *Vehicle routing problem*). MACS-VRP optimizira svaki kriterij odvojeno pomoću odvojenih kolonija i dijeli rješenja između tih kolonija u svrhu osvježavanja feromonskih tragova.

ACO algoritmi sa više kolonija su prethodno korišteni za paraleliziranje ACO algoritama pri rješavanju jednokriterijalnih problema. U višekriterijalnom kontekstu, glavna ideja iza više-kolonijskog pristupa nije u paralelizaciji, nego u činjenici da razne kolonije mogu na razne načine otežati kriterije [42]. Drugim riječima, svaka kolonija može aproksimirati drugu regiju Pareto fronta [32]. U radu iz 2004. godine, autor López-Ibáñez sa saradnicima [55], eksperimentalnom analizom diskutuje kako više kolonija korespondira većem nivou eksploracije.

2.3.1.2 Broj matrica feromonskih tragova / heurističkih znanja

Druga komponenta MOACO algoritama na osnovu koje je moguće analizirati MOACO algoritme jeste matrica feromonskih tragova. Naime, dio MOACO algoritama koristi jedinstvenu matricu dok ostatak MOACO algoritama koristi više matrica feromonskih tragova, gdje svakoj od matrica odgovara drugi kriterij [54][45]. Od pomenutih MOACO algoritama, jedinstvenu matricu feromonskih tragova imaju

MOAQ [46], SACO [47], MACS [43], M3AS [62], MOA [64], MAS [65] i MOACSA [66]. Višestruke matrice feromonskih tragova moguće je pronaći u COMPETants [67], BicriterionAnt [42], MONACO [44], i P-ACO [61] algoritmima.

Kada je riječ o broju matrica feromonskih tragova, priroda problema je nešto što bi trebalo značajno da utiče na izbor dizajna u smislu strukture algoritma. Naime, ACO algoritmi za jednokriterijalne probleme feromonske tragove obično spremaju u tzv. feromonsku matricu u kojoj svaki unos odgovara poželjnosti dodavanja određene komponente rješenja cjelokupnom rješenju u datom trenutku izvršavanja algoritma. U MOCO problemu, svaki kriterij može (ali i ne mora) na drugačiji način definisati komponente rješenja. Tako je npr. specifičnost dvo-kriterijalnog *scheduling* problema, gdje prvi kriterij zavisi od toga, koja je pozicija na rasporedu pripala nekom poslu, a drugi kriterij zavisi od relativne pozicije datog posla u odnosu na prethodne poslove, da feromonski tragovi za oba kriterija ne mogu biti predstavljeni jednom feromonskom matricom. Naime, unos u feromonskoj matrici zbog prirode problema, ne može predstavljati poželjnost za obje komponente rješenja u isto vrijeme [42]. S druge strane, za višekriterijalni *quadratic assignment problem* (mQAP), feromonski tragovi za sve kriterije predstavljaju poželjnost da dati resurs bude dodijeljen datoj lokaciji u trenutnom rješenju tj. svi kriteriji definišu komponente rješenja na isti način. Generalno govoreći, u slučaju MOCO problema, moguće je da postoji onoliko različitih značenja feromonskih informacija koliko je i kriterija [32].

Izbor feromonskog modela jako zavisi i od načina na koji proces konstrukcije rješenja koristi feromonske informacije i kako se feromonske matrice osvježavaju i isparavaju. Npr. MOACO algoritmi sa *a priori* artikulacijom preferencija su kreirani da konvergiraju prema konkretnom dijelu Pareto fronta [68][69]. Zbog ove njihove osobine, ovi algoritmi u pravilu ne zahtijevaju diverzificiranu i kriterijski specifičnu pohranu informacija (izuzetak je prethodno pomenuti MACS-VRP [70]). Ovi algoritmi koriste Pareto ne-bazirane metode evaluacije rješenja te shodno tome, osvježavaju i isparavaju feromonske tragove dosta slično jednokriterijalnim ACO algoritmima. Upravo iz ovih razloga korištenje jedne matrice feromonskih tragova se u ovim slučajevima čini opravdano. S druge strane, većina MOACO algoritama koji koriste više matrica feromonskih tragova je kreirano za probleme za koje je malo poznato o Pareto frontu ili o tome kakve vrste rješenja bi preferirao DM. Drugim riječima, ovi algoritmi više istražuju problemski prostor od algoritama sa *a priori* artikulacijom preferencija.

S druge strane, model sa više matrica feromonskih tragova omogućava da se tokom pretrage čuvaju kriterijski specifične informacije o problemskom prostoru. Primjer primjene ovakvog modela se može naći u BiCriterionAnt [42] algoritmu koji drugačije mapira feromonske matrice tokom procesa osvježavanja feromona i procesa konstrukcije rješenja. Drugi primjer bi mogao biti MONACO [44] koji postiže raznolikost u kriterijski specifičnim feromonskim informacijama time što primjenjuje različite brzine isparavanja na date matrice.

Ukoliko MOACO koristi jednu matricu feromonskih tragova, algoritam mora kombinirati sve vrijednosti kriterija jednog rješenja u neku agregiranu vrijednost, ubaciti ovu informaciju u feromonsku matricu putem procedure za osvježavanje feromonskih tragova i onda odbaciti stvarno rješenje. Kada se date informacije ubace u matricu feromonskih tragova, one više ne mogu biti sa pouzdanošću povraćene. S druge strane, ako se koristi više matrica feromonskih tragova, agregiranje

se ne vrši prije osvježavanja feromonskih tragova tako da proces konstrukcije rješenja može dinamički mijenjati agregiranje feromonskih tragova iz prošlosti. Naime, korist višestrukih matrica feromonskih tragova bi bila ograničena i time dovedena u pitanje ukoliko bi se uvijek koristila fiksna strategija konstrukcije rješenja. Alternativno ovom pristupu, moguće je koristiti i populacijski bazirane algoritme koji omogućavaju rekreiranje feromona ili možda koristiti privremene matrice feromonskih tragova.

Umanjeni zahtjevi na memoriju koji su povezani sa korištenjem jedne matrice feromonskih tragova u poređenju sa korištenjem više matrica, navode se kao motivirajući faktor pri kreiranju CPACO algoritma [71]. Treba međutim napomenuti da bi dimenzionalnost problema morala biti dovoljno velika kako bi ova problematika bila od značaja.

Analiza analogna ovoj prethodnoj, skoro bez izuzetka vrijedi i za matricu heurističkih znanja. Kao primjer primjene i uticaja odabira konkretnog modela vezano za matrice heurističkih znanja, mogu se uzeti CPACO [71] i MACS [43] algoritmi. Naime, dati algoritmi ne spadaju u grupu *a priori* algoritama, te s toga imaju za cilj da postignu potpuno pokrivanje Pareto fronta. Umjesto da se oslanjaju na više matrica feromonskih tragova kako bi se vodio proces konstrukcije rješenja, oba algoritma koriste višestruke matrice heurističkih znanja (jedna po kriteriju) koje se otežavaju na poseban način za svakog mrava kako bi se na proces konstrukcije rješenja uticalo na način da se postignu različiti kompromisi vezano za optimiranje kriterija. Drugim riječima, ovi algoritmi postižu diverzifikaciju kroz Pareto front putem matrica heurističkih znanja, a ne matrica feromonskih tragova.

2.3.1.3 Osvježavanje matrica feromonskih tragova

Kada je riječ o osvježavanju feromonskih tragova, ACO algoritmi koji daju najbolje rezultate za jednokriterijalne probleme obično osvježavaju feromone koristeći najbolje ili nekoliko najboljih rješenja koja su pronađena u trenutnoj iteraciji (strategija - *najbolji u iteraciji*) ili koja su pronađena od početka izvršavanja algoritma (strategija - *najbolji do sada*) [2][17]. Kod višekriterijalnih problema, najbolja rješenja također mogu biti uzeta iz trenutne iteracije ili od početka izvršavanja algoritma. Problem se međutim krije u definiciji najboljih rješenja unutar seta kandidata. Jedan način definisanja se zove *Selekcija po dominantnosti*, gdje se za najbolja rješenja uzimaju ona koja pripadaju Pareto frontu. Alternativa ovom principu jeste da se definiše vektor težina i odabere najbolje rješenje u smislu skalarizacije otežane sume više kriterija. U ovom slučaju je riječ o *Selekciji po skalarizaciji*. U pojednostavljenoj varijanti iste, svaka feromonska matrica koja odgovara svakom od kriterija, osvježava se kao posljedica rješenja sa najboljom vrijednosti datog kriterija. Ova varijanta se zove *Selekcija po kriteriju* [32].

Neovisno o tipu selekcije najboljih rješenja unutar seta kandidata, u slučaju kada se koristi jedinstvena matrica feromonskih tragova, osvježavanje se obično vrši kao i za jednokriterijalni slučaj tj. na osnovu najboljeg rješenja u trenutnoj iteraciji ili od početka izvršavanja algoritma (elitistički pristup, tzv. E model). Ovaj model moguće je pronaći u SACO [47] i MOACSA [66] algoritmima. Slična procedura može biti primijenjena i kada se koristi više matrica. U tom slučaju, obično se odabire set rješenja *najboljih u iteraciji* ili *najboljih do sada* kako bi se osvježile vrijednosti matrica feromonskih tragova za svaki od kriterija (tzv. *BoO* model, skraćeno od eng. *Best of objectives*, što u prevodu znači *Najbolja rješenja za kriterije*). BoO model je zastupljen u COMPETants [67] i P-ACO [61] algoritmima.

Algoritmi MOAQ [46], BicriterionAnt [42], MACS [43], M3AS [62], MOA [64] i MAS [65] koriste tzv. ND model (skraćeno od eng. *Non-dominated*) za osvježavanje feromonskih matrica. Naime, kod ovih algoritama, nedominirana rješenja se prikupljaju i spremaju u eksterni set. Samo rješenja iz tog seta se onda smiju koristiti kako bi se osvježile vrijednosti feromonskih tragova. U ovom slučaju, data rješenja mogu osvježavati neke feromonske matrice ili više njih ili čak sve. Alternativa svim pomenutim modelima je situacija u kojoj svi mravi mogu da ostavljaju feromonske tragove (sva rješenja se uzimaju u obzir). Takav slučaj, moguće je pronaći u MONACO [44] algoritmu.

Kako bi se spriječio gubitak diverzifikacije, MOACO algoritmi mogu biti modificirani na način da dozvoljavaju da sva kreirana rješenja osvježavaju feromone, a da pritom i dalje ohrabruju eksploataciju smanjivanjem kvaliteta dominiranih rješenja koristeći se tehnikama Pareto rankinga [72] koje postoje u MOEA (skraćeno od eng. *Multi-objective evolutionary algorithm*). Primjera radi, MOEA algoritmi kao što je IBEA (skraćeno od eng. *Indicator Based Evolutionary Algorithm*) [73] mjere doprinos rješenja ne samo u smislu ulaska istih u nedominirani set već i u smislu doprinosa diversifikaciji populacije. Alternativa ovom pristupu jeste korištenje rankiranja po dominantnosti kao što je slučaj u NSGA-II algoritmu [74]. Ovu tehniku rangiranja koristi CPACO i pokazalo se da ona rezultira ravnomjernim pokrivanjem Pareto fronta [71]. Primjer korištenja Pareto rankiranja može se naći i u [85].

2.3.1.4 Konstrukcija rješenja - vremenski model

Kako je u MOACO moguće da postoji više matrica feromonskih tragova i više matrica heurističkih znanja, otvara se pitanje na koji način date informacije mogu biti kombinirane prilikom procesa konstrukcije rješenja. Jedan dio algoritama koristi matrice feromonskih tragova ili heuristička znanja fokusirajući se isključivo na jedan kriterij. Sistematizacija taj dio algoritama svrstava u grupu algoritama sa ciljanom konstrukcijom rješenja. U ovoj varijanti, konstrukcija rješenja se odvija samo prema feromonskih i heurističkim informacijama koji su vezani za jedan kriterij. Međutim, kada se evaluiraju dobivena rješenja, ista mogu po želji da utiču na feromonske informacije vezane i za druge kriterije s obzirom da je proces osvježavanja feromonskih tragova odvojen od procesa konstrukcije rješenja. Svi algoritmi koji spadaju u ovu grupu, mogu se podvesti i pod grupu algoritama sa fiksnim modelom konstrukcije rješenja o kojima ćemo nešto više reći u nastavku. Upravo zbog te činjenice, u literaturi je mnogo češće prisutna podjela samo na algoritme sa fiksnim i dinamičkim modelom konstrukcije rješenja, bez treće kategorije s obzirom da se ona podvodi pod ovu prvu.

BicriterionAnt [42], MACS [43], MONACO [44], P-ACO [61], MOA [64] i MAS [65] spadaju u grupu algoritama gdje se više matrica heurističkih znanja i feromonskih tragova koristi u procesu konstrukcije rješenja. Kriteriji se dinamički kombiniraju na način da razni kriteriji mogu biti različito naglašeni u različitim fazama konstrukcije rješenja. Sistematizacija ove algoritme svrstava u grupu algoritama sa dinamičkim modelom konstrukcije rješenja. Većina ovih algoritama daje svakom mravu jedinstven set težina kojima kombinira feromonske i heurističke informacije. Ovi algoritmi imaju tendenciju da postižu ravnomjernu distribuciju rješenja duž Pareto fronta [57]. Ovo je poželjna osobina algoritma ukoliko se koristi za rješavanje problema uz *a posteriori* artikulaciju preferencija.

COMPETants [67] i M3AS [62] su algoritmi koji spadaju u grupu algoritama sa fiksnim modelom konstrukcije rješenja (COMPETants u literaturi često svrstavaju i u pomenutu grupu sa ciljanim

modelom konstrukcije rješenja). Naime algoritmi iz ove grupe se razlikuju od dinamičkih po tome što je kombinacija koja se koristi pri procesu kreiranja rješenja unaprijed (*a priori*) fiksirana i takva je tokom cijelog procesa. Upravo zbog toga, veliki dio MOACO algoritama koji spadaju u grupu algoritama sa *a priori* artikulacijom preferencija koristi strategiju fiksirane konstrukcije rješenja. Naime, u takvim slučajevima, domenski vezano znanje daje dovoljno kvalitetne informacije o tome koju kombinaciju heurističkih znanja i feromonskih tragova je potrebno koristiti kako bi se postigli zadovoljavajući rezultati.

2.3.1.5 Konstrukcija rješenja - model agregiranja

Kod algoritama koji koriste jedinstvenu matricu feromonskih tragova, konstrukcija rješenja se dešava analogno jednokriterijalnom slučaju. Kod algoritama sa više matrica feromonskih tragova (obično jedna matrica po jednom kriteriju), praksa je da se u proces konstrukcije rješenja uvede dodatni parametar koji daje relativnu težinu pojedinim kriterijima prilikom kombiniranja istih. S obzirom da, generalno govoreći, u višekriterijalnom slučaju nije cilj pronalazak jednog rješenja nego Pareto front rješenja, obično se koristi konačan set maksimalno dispergovanih vektora težina [75]. Iredi i saradnici [42] su predložili da se svakom mravu dodijeli poseban vektor težina. Na ovaj način bi pri svakoj iteraciji bio korišten čitav set vektora težina. Alternativni način je da se po jedan vektor težina dodijeli jednoj iteraciji [32].

Kombiniranje informacija sadržanim u matricama feromonskih tragova se vrši nekom od procedura agregiranja. Za MOACO algoritme, literatura predlaže tri metode agregiranja feromonskih tragova odnosno heurističkih znanja. Kod tzv. metoda otežane sume, matrice se agregiraju na način da se saberu u jedinstvenu matricu, pri čemu značaj svakog od članova sume biva definisan različitim težinama. Primjer ovakvog agregiranja moguće je pronaći u P-ACO [61] i COMPETants [67] algoritmima. Kod tzv. metoda otežanog produkta, matrice se agregiraju na način da se pomnože u jedinstvenu matricu, pri čemu značaj svakog od članova produkta biva naglašen različitim težinama. BicriterionAnt [42], MACS [43], MONACO [44], M3AS [62], MOA [64] i MAS [65] spadaju u ovu grupu algoritama. Alternativno navedenim metodama, moguće je i za svaki korak konstrukcije slučajno birati kriterij kojeg se optimizira. Tada se radi o metodu slučaja.

2.3.1.6 Evaluacija rješenja

Konstruisana rješenja mogu biti evaluirana na bazi Pareto principa dominiranosti ili na bazi jedinstvenog skora koji se obično kreira otežanom sumom vrijednosti svakog od kriterija. Upravo prema ovoj razlici, sistematizacija dijeli algoritme prema evaluaciji rješenja na Pareto-bazirane i Pareto-nebazirane. Za Pareto-bazirane MOACO algoritme, Pareto set mora biti spreman i osvježavan tokom izvršavanja algoritma. U tzv. *offline* varijanti spremanja, nakon što se evaluiraju nova rješenja, ista se koriste kako bi se osvježili feromonski tragovi te se onda spremaju u eksterni set (arhivu) koji biva sortiran na način da eliminira dominirana rješenja. Kako se radi o *offline* spremanju, ovaj eksterni set se ne koristi u procesu konstrukcije budućih rješenja. Na kraju izvršavanja algoritma, dati set ujedno predstavlja i finalno rješenje. U literaturi vezanoj za evolucione algoritme, ovakav pristup se često naziva *Hall of fame* arhivom. Algoritmi sa *offline* spremanjem su npr. MOAQ [46], BicriterionAnt [42], MONACO [44], P-ACO [61], M3AS [62], MOA [64] i MAS [65]. S druge strane MACS [43] algoritam primjenjuje tzv. *online* spremanje. Kod *online* spremanja, nakon što se

evaluira nova rješenja, ista se spremaju u *online* arhivu ili set. Rješenja iz *online* seta su direktno povezana sa procedurom osvježavanja feromonskih tragova tokom cijelog procesa izvršavanja algoritma. Na taj način, svaki put kada se Pareto set unaprijedi, procedura osvježavanja feromona je vođena ovim unaprijeđenim setom. Treći vid arhive je tzv. *elitističko* spremanje gdje se u memoriji drži samo jedno, elitno rješenje. Dato rješenje može biti korišteno za osvježavanje feromona u bilo kojem trenutku ili jednostavno vraćeno kao krajnje rješenje algoritma (tzv. *best-so-far solution*). Alternativa pomenutim mehanizmima jeste da se u potpunosti izostavi spremanje. U tzv. metodu *bez spremanja*, nakon što se evaluiraju nova rješenja, ista bivaju odbačena sem u slučaju kada je riječ o kraju izvršavanja algoritma. Tada se ista vraćaju kao krajnja rješenja algoritma. Primjeri ovakvog pristupa mogu se naći u COMPETants [67], SACO [47] ili MOACSA [66] algoritmima.

Ono što je dodatno vrijedno razmatranja, a često je zanemareno od strane algoritama koji koriste *online* ili *offline* strategiju Pareto arhiviranja jeste cijena održavanja nedominiranog seta rješenja. Ova problematika analizirana je samo u pojedinim radovima i nije joj pridavana prevelika pažnja [76][77][78]. Objašnjenje za ovo leži i u činjenici da je za veliki broj problema moguće pretpostaviti da broj nedominiranih rješenja koja će biti smještena u arhivu neće biti toliko veliki da bi za izvršavanje algoritma to moglo predstavljati problem.

Dio radova se bavi analizom angažiranja računarskih resursa u zavisnosti od izbora tipa artikulacije preferencija za dati algoritam te posljedica tog izbora na model evaluacije rješenja. Npr. algoritmi koji se u literaturi posebno ističu po tome što koriste *a priori* artikulaciju preferencija pri rješavanju problema na koje se primjenjuju su MOACOM [40], ACOAMO [49], SACO [47] i MACS-VRP [70]. Svi ovi algoritmi, implicitno ili eksplicitno, otežavaju svoje kriterije prema nekom preferencijalnom poretku, a međusobno se uglavnom razlikuju u modelu prema kojem se vrši kombiniranje kriterija. Svi ovi algoritmi koriste Pareto ne-bazirano, elitističko spremanje rješenja tj. ne čuvaju populacije nedominiranih rješenja. Ovo je i logično s obzirom da su višestruki kriteriji već svedeni na jedinstveni kriterij koji se koristi u svrhu upoređivanja rješenja. Upravo zbog ovoga, svi ovi algoritmi su relativno povoljni u smislu angažiranja računarskih resursa. Ono što je karakteristično za ove algoritme jeste da je gotovo u pravilu za svaki od njih unaprijed moguće identificirati jedan dominantan kriterij. Npr. problem rutiranja vozila (VRP) kojeg rješava MACS-VRP se trudi da smanji ukupan broj tura i ukupno vrijeme putovanja. Međutim, u većini testnih slučajeva, postoji tendencija da se jedan od ova dva kriterija preferira u odnosu na drugi. Također je primijećeno da u većini slučajeva kriteriji koji se pokušavaju optimirati nisu konfliktni. Iz ovog bi se moglo zaključiti da ukoliko MOO problem ima jedan dominantan kriterij te više drugih, ali manje bitnih kriterija, metode *a priori* artikulacije preferencija bi mogle biti preporučeni pristup. Kako svaki od pomenutih algoritama postiže dobre rezultate pri rješavanju svog konkretnog problema, može se i konstatovati da Pareto ne-bazirana evaluacija, fiksna konstrukcija rješenja te elitističko pohranjivanje predstavljaju dobar pristup rješavanju sličnih problema.

2.3.1.7 Lokalno pretraživanje

Dodatni kriterij koji se često koristi za analizu MOACO algoritama jeste primjena lokalnog pretraživanja [79]. Za mnoge jednokriterijalne probleme optimizacije, ACO algoritmi postižu najbolje rezultate samo kada se rješenja koja konstruišu mravi unapređuju mehanizmima lokalnog pretraživanja [2][21][32][80][81][82][83]. Pareto lokalno pretraživanje (PLS, skraćeno od eng. *Pareto local search*) [84] je višekriterijalna ekstenzija algoritama za lokalno pretraživanje za jednokriterijalne probleme koja koristi Pareto optimalnost kao kriterij za prihvatanje rješenja. PLS počinje sa rješenjem i analizira njegovu okolinu. Svako nedominirano rješenje koje se pronađe, dodaje su u arhivu dok se dominirana rješenja izbacuju iz iste. PLS se završava kada se sva susjedna rješenja svih rješenja iz arhive pretraže. Veličina lokalno optimalnog Pareto fronta koji se dobija može biti eksponencijalna funkcija veličini instance. Stoga, za neke probleme ili posebno u nekim instancama, zbog velike veličine arhive, PLS može biti izrazito neeficijentan u smislu zahtjeva na memoriju i vrijeme računanja, posebno ukoliko ga koristi MOACO algoritam [32].

Autor Liu i saradnici [85] su predstavili algoritam koji se zove MO-ant koji generiše Pareto fronte za višekriterijalni problem pozicioniranja servisnih stanica za hitne slučajeve (EFS, skraćeno od eng. *Emergency Service Facilities*). Koristili su se prethodno pomenutim konceptom Pareto rankiranja [72] kako bi utvrdili koja su najbolja rješenja za dotični problem. Analizirano geografsko područje je predstavljeno u obliku mreže koja predstavlja mapu na kojoj su mravi trebali pronaći najbolje lokacije za EFS-ove. MO-ant ne koristi heurističke informacije i ima samo jednu matricu feromonskih tragova gdje svaka pozicija u matrici predstavlja poželjnost da se EFS locira na odgovarajuće mjesto na mapi. U svakoj iteraciji algoritam primjenjuje dvo-fazno lokalno pretraživanje koje uključuje Pareto rankiranje generisanih rješenja. Tokom prve faze lokalnog pretraživanja, algoritam primjenjuje tzv. NRS pretraživanje (skraćeno od eng. *Neighborhood Random Search*) pri kojem se mravi nasumično kreću od ćelije do ćelije unutar određene udaljenosti. Nakon toga, sva rješenja se re-evaluiraju i izvrši se Pareto rankiranje. U drugoj fazi lokalnog pretraživanja, na najbolje rješenje prema prethodno izvršenom rankiranju, primjenjuje se tzv. AENS pretraživanje (skraćeno od eng. *Adaptive Enumeration Neighborhood Search*). U ovom pretraživanju se pokušava pronaći bolja pozicija od trenutne za svakog mrava u koloniji na način da se razmatraju sve ćelije unutar određene udaljenosti. Ukoliko je došlo do unapređenja ukupne sume kriterija, mrav se pomiče u ćeliju koja je prouzrokovala takvo unapređenje. Procedura se ponavlja sve dok se ne ustanovi da kvalitet konačnog rješenja stagnira. Ovdje je zanimljivo primijetiti da je traganje za Pareto frontom, pored feromonskih tragova što se i podrazumijeva, uglavnom vođeno procedurom lokalnog pretraživanja. Zanimljivo je također i da je MO-ant primijenjen na realni životni problem višekriterijalnog pozicioniranja vatrogasnih stanica u Singapuru gdje su razmatrana tri kriterija.

2.3.1.8 Ograničenja

Posljednji kriterij kojeg ćemo ovdje pomenuti jeste pristup ograničenjima u MOACO problemima. Vezano za ograničenja, MOACO algoritmi primjenjuju dvije tehnike kojima osiguravaju zadovoljavanje istih. U tzv. direktnoj ili internoj tehnici, tokom kreiranja rješenja razmatraju samo elementi koji zadovoljavaju ograničenja. Većina MOACO algoritama primjenjuje direktnu tehniku. Kod indirektno ili eksterne tehnike, svi elementi (oni koji zadovoljavaju i oni koji ne zadovoljavaju ograničenja) dolaze u obzir prilikom kreiranja rješenja [86]. Npr. MOACO algoritam koji koristi indirektnu tehniku je MOAQ [46] gdje se rješava problem projektovanja mreže navodnjavanja. U suštini, potrebno je minimizirati cijenu izgradnje mreže, a pritom maksimizirati profit, uz zadovoljavanje raznih ograničenja. Ograničenja se indirektno zadovoljavaju na način da se za rješenja koja ih ne zadovoljavaju uvode penali [60].

2.3.1.9 Kratak pregled aktuelnih radova iz MOACO oblasti

Nakon što je pregled stanja u oblasti istraživanja prezentovan kroz analizu svih bitnijih algoritamskih komponenti MOACO algoritama, u ovom dijelu ja dat kratak, taksativan pregled aktuelnih radova iz MOACO oblasti. Na osnovu prezentovanog pregleda stanja u oblasti istraživanja, može se zaključiti da se relativno mali broj radova bavi ACO algoritmima za kontinualne višekriterijalne probleme. Međutim, i tu postoje iznimke. Angus [87] je predložio populacijski bazirani ACO algoritam za višekriterijalnu optimizaciju funkcija (PACO-MOFO). Algoritam je razvijen na osnovu CPACO [71] algoritma koji je prethodno razvijen za diskretni domen te ACO_R algoritma [88]. Autori Garcia-Nareja i Bullinaria [89] su prezentovali proširenu verziju ACO_R algoritma koja se odlikuje time što čuva arhivu odabranih rješenja (aproksimacija Pareto optimalnog seta).

Ipak, većina radova iz MOACO oblasti se bavi problemima u diskretnom problemskom prostoru. Već je pomenut rad autora Liu i saradnika [85] koji se fokusirao na višekriterijalni problem pozicioniranja servisnih stanica za hitne slučajeve. Bui i saradnici [90] su analizirali uticaj elitizma u višekriterijalnim ACO algoritmima za lokalna^c, globalna, i miješana nedominirana rješenja. Benlian i Zhiquan [91] se predložili MOACO bazirani metod za udruživanje podataka za praćenje višestrukih meta. Mora i saradnici [92] su izvršili poređenje šest različitih ACO algoritama za dvo-kriterijalni vojni problem pronalaska putanje. Kriteriji su bili minimizacija resursa uz maksimiranje sigurnosti na mapi koja odgovara bojnopolju. Četiri od upoređenih algoritama su varijante, unaprijeđene verzije algoritma CHAC (skraćeno od *Compania de Hormigas Acorazadas* što na eng. znači *Armoured Ant Company*) [93], koje se često zovu hexa-CHAC (hCHAC) [94]. Originalni CHAC je u suštini varijanta ACS algoritma koja ima po jednu matricu feromonskih tragova i po jednu matricu heurističkih znanja za svaki kriterij. Autori McMullen i Tarasewich [95] su iskoristili ACO metaheuristiku za rješavanje višekriterijalnog problema balansiranja proizvodne linije. Autori su prezentovali pristup koji podrazumijeva primjenu *ad hoc* agregirajuće funkcije koja kombinira četiri razmatrana kriterija: potrebna brojnost smjene, iskorištenost sistema, vjerovatnoća da će montaža biti završena unutar određenog vremenskog roka te cijena ukupnog sistema. Autor Xing i saradnici [96] su predložili fuzzy MOACO algoritam sa lingvistički kvantificiranim funkcijama odlučivanja za *flexible job shop scheduling* problem sa interaktivnim učešćem DM-a. Glavni doprinos ovog rada jeste u interakciji ACO algoritma sa DM-om pri svakoj iteraciji. Na taj način se dinamički utiče na pretragu. Angus [71] je proširio populacijski bazirani ACO algoritam (PACO) [37] sa shemom rasterećenja ili zamjene prenatrpanosti populacije za višekriterijalni TSP (CPACO). Alaya i saradnici [54] su prezentovali generički ACO algoritam za

višekriterijalne probleme. Predloženi algoritam (m-ACO) se principijelno oslanja na MMAS algoritam uz mogućnost parametriziranja broja kolonija i broja matrica feromonskih tragova. Afshar i saradnici [97] su predstavili dvo-kolonijski ACO algoritam sa nedominiranom arhivom (NA-ACO) koji uvodi specifičan vid interakcije između dvaju kolonija kako bi se unaprijedila rješenja. NA-ACO ima jednu matricu feromonskih tragova i arhivu nedominiranih rješenja. Svaka od kolonija je zadužena za optimiranje jednog od dva kriterija. Autor Eppe [98] je predstavio mehanizam koji integriše preferencije DM-a u MOACO. Glavni doprinos ovog rada jeste u korištenju tzv. funkcije preferencije (utemeljeno u tzv. PROMETHEE metodologiji [99]) kako bi se definirao tzv. normalizirani i agregirani indeks preferencija. Chica i saradnici [100] su inkorporirali preferencije u MOACO algoritam za varijantu problema balansiranja vremena i prostora montažne linije (TSALBP-1/3) kojeg su ranije razmatrali autori u [101]. Inkorporirane preferencije su bile predstavljene *a priori* informacijama o problemu. Izvor informacija su eksperti sa iskustvom sa samog postrojenja, a iste su korištene da vode pretragu. Autori su koristili MACS (*Multiple Ant Colony System*) kao mašinu za pretraživanje [43]. Glavni cilj algoritma jeste da se smanji veličina Pareto optimalnog seta a poveća kvalitet Pareto fronta. Za autore, visoko kvalitetni Pareto front je onaj koji predstavlja fokusirani i smanjeni set rješenja između kojih DM treba da izvrši finalni odabir. Häckel i saradnici [102] su razvili ACO algoritam za rješavanje višekriterijalnog problema pronalaska najkraće putanje. Autori su razmatrali problem sa tri kriterija, međutim njihov prijedlog je moguće proširiti i na probleme sa više kriterija. Chaharsooghi i Kermani [103] su predložili MOACO algoritam za rješavanje višekriterijalnog problema alokacije resursa (MORAP). Razmatrani kriteriji u radu su: maksimiranje efikasnosti radnika te minimiziranje cijene resursa. Vieira i saradnici [104] su analizirali problem klasificiranja oblika. Razmatrana su dva kriterija: veličina pod-seta oblika te oblici koje je potrebno odabrati kako bi se napravio fuzzy klasifikator. Algoritam koristi dvije kolonije, dvije matrice feromonskih tragova, po jednu za svaki kriterij. Ciljna funkcija koja se želi minimizirati nastaje agregiranjem dvaju kriterija koji se kombiniraju na način da predstavljaju mjeru greške klasificiranja i mjeru broja oblika. Yang i saradnici [105] su predložili višekriterijalni algoritam za raspoređivanje zadataka za tzv. GOBS mreže (skraćeno od eng. *Grid over Optical Burst Switching*). Razmatrana su tri kriterija: vrijeme završetka, cijena korištenja resursa, balansiranje opterećenja. Mousa i saradnici [106] su predložili algoritam za upravljanje energijom koji se bazira na višeslojnoj optimizaciji kolonijom mrava. U radu se teži pronaći optimalni režim rada tzv. mikro-izvora kako bi se smanjila cijena proizvodnje električne energije. Zuliani i saradnici [107] su predložili višekriterijalni pristup optimizaciji topologije kada je riječ o dizajnu uređaja uz korištenje više različitih materijala. Mirhoseini i saradnici [108] su predložili rješenje za višekriterijalni problem rekonfiguracije energetske mreže. Analizirana su dva kriterija, gubitak snage i indeks neisporučene energije. Dodatno, pored ova dva kriterija, u radu se naknadno razmatra i tzv. naponski profilni indeks čime se DM-u olakšava poređenje dvaju rješenja koja su sastavni dio inicijalnog Pareto fronta.

Iz ovog kratkog i taksativnog pregleda dijela aktuelnih radova iz MOACO oblasti, lako je zaključiti da je MOACO oblast u usponu te da otvara ogroman prostor za inovativne ideje koje će uvesti potpune novosti ili značajno unaprijediti postojeće mehanizme unutar ACO metaheuristike.

3 Motivacija za istraživanje

U prethodnom poglavlju se, u mjeri u kojoj to forma ovog dokumenta dozvoljava, pokušalo predstaviti aktuelno stanje u oblasti istraživanja. Jasno je da je vremenski kontekst kojem pripada i ova doktorska disertacija, izuzetno uzbudljiv s obzirom da je naučna zajednica u posljednjih desetak godina ponudila široku paletu različitih ideja od kojih mnoge nisu u potpunosti razrađene.

Detaljnijom analizom, relativno brzo se dolazi do zaključka da u oblasti još uvijek nije napravljena jasna diversifikacija na osnovu koje bi odabir nekog od predstavljenih modela bio sasvim sigurno ispravan izbor u datoj situaciji. Literatura je tu još uvijek izuzetno oprezna i u pravilu se zadržava na bazičnim preporukama.

Prethodno je već pojašnjeno da je fokus ove disertacije na MOACO algoritmima. Različiti pristupi unutar oblasti su za različite situacije davali zadovoljavajuće rezultate. Dio algoritama koristi jedinstvene matrice feromonskih tragova. Drugi algoritmi ih opet koriste više, u pravilu, po jednu za svaki kriterij. Isto vrijedi i za matricu tj. matrice heurističkih znanja. Pojedini algoritmi su multi-kolonijski dok se većina koristi jednom kolonijom. Konstrukcija rješenja je kod dijela algoritama zasnovana na agregiranju metodom otežane sume dok se ostatak algoritama služi metodom otežanih produkata. Težine mogu biti fiksirane ili dinamičke. Čitav je niz strategija osvježavanja vrijednosti feromonskih tragova gdje opet svaki ima svoje prednosti i nedostatke. Algoritmi koji vraćaju set nedominiranih rješenja, koriste tzv. Pareto arhivu za spremanje istih. Dio tih algoritama se koristi tzv. *offline* arhiviranjem dok ostatak koristi *online* arhiviranje. Neovisno o svim pomenutim specifičnostima, skoro svi algoritmi dodatno mogu biti unaprijeđeni primjenom lokalnog pretraživanja.

Jasno je da će za svaki od pomenutih, ali i za pristupe koje ćemo imati priliku vidjeti u budućnosti, morati postojati kompromis između efikasnosti, primjenjivosti na što širu paletu problemskih situacija, sposobnosti da se jako precizno targetira određeni dio Pareto fronta i mogućnosti pokrivanja što većeg dijela istog.

Ipak, detaljnijom analizom ponuđenih pristupa moguće je doći do određenih zaključaka koji će i u ovoj doktorskoj disertaciji biti korištene kao smjernice za daljnje istraživanje. Naime, u prethodnom poglavlju, pojašnjene su strukturalne specifičnosti MOACO algoritama. Kada se date specifičnosti analiziraju imajući u vidu namjenu pojedinih algoritama, čini se opravdanim razmotriti uvođenje diskusije o nečemu što bi se moglo zvati *otvorenost* MOACO algoritama. Naime, algoritmi koji su u bilo kojem dijelu svoje strukture fiksirani ili ograničeni postižu dobre rezultate za onaj dio problemskih situacija kojem takva struktura dobro odgovara. Tako npr. korištenje jedne matrice feromonskih tragova obično ima smisla samo za one probleme gdje je poželjnost dodavanja nekog elementa rješenju koje se trenutno konstruiše adekvatno opisana tom matricom za sve ili bar većinu kriterija. Za ostatak problemskih situacija dati pristup postaje u potpunosti neupotrebljiv. U tom smislu, takav algoritam bi se mogao smatrati relativno zatvorenim. Otvoreniji algoritam bi bio recimo onaj koji generalno koristi više matrica feromonskih tragova. Ovakav algoritam je generalno primjenjiv i nije ograničen na određeni dio problemskih situacija. Cijena otvorenosti plaća se u računskoj kompleksnosti.

Samo na osnovu ovog jednog primjera, moguće je ući u dublju analizu problematike koja opet nameće mnoštvo pitanja na koja je potrebno naći odgovore. Analiza MOACO algoritama koji bi se u kontekstu otvorenosti mogli nazvati krajnje otvorenim se u ovom trenutku nameće kao glavni motiv za istraživanje unutar ove doktorske disertacije. Posmatrajući iz ovog ugla, jasno je da postoji određeni prostor za unapređenje postojećih tehnika s obzirom da se sa povećanjem otvorenosti algoritma skoro pa nameću pitanja o mogućim modifikacijama te efektima istih, a na koja tek treba dati odgovore. Tako bi npr. bio zanimljivo analizirati:

- Da li bi dinamička adaptacija broja kolonija mogla poboljšati performanse pojedinih algoritama. Naime, ukoliko se primjeti da određeni broj kolonija targetira sličan dio Pareto-fronta, nameće se pitanje korisnosti održavanja istih. S druge strane, povećanje broja kolonija u datoj situaciji može značajno povećati pokrivenost Pareto fronta. U radu iz 2004. godine, autor López-Ibáñez sa saradnicima [55], analizira vezu između broja kolonija i nivoa eksploracije.
- Da li je moguće uvesti inovacije u smislu odabira čvorova na koje mravi poliježu feromonske tragove? Naime, u svim analiziranim algoritmima, mravi poliježu tragove samo na grane kojima su zaista i prošli. Da li bi se uvođenjem modifikacija u smislu organizovane disperzije tragova i na dio drugih grana postigla određena unapređenja. Poznato je da je diversifikacija pretrage korisna osobina višekriterijalnih algoritama optimizacije.
- Da li bi se uvođenjem određenog stepena inteligencije u dinamičku konstrukciju rješenja moglo osigurati da algoritam sam nauči u kojoj fazi konstrukcije rješenja treba da naglasi neki od kriterija. Integracija recimo fazi-logike, neuronskih mreža ili nekog od drugih inteligentnih agenata u dinamički model konstrukcije rješenja se čini logičnim pristupom.
- Veza između Pareto seta i dinamičke konstrukcije rješenja se također čini nedovoljno ispitano. Bilo bi zanimljivo uvesti mehanizme koji bi na osnovu trenutnog stanja Pareto seta modificirali dinamičku konstrukciju rješenja na način da šire pokrivenost Pareto fronta.
- Da li bi primjena nečeg što bi se moglo nazvati paralelno lokalno pretraživanje bila opravdana? Naime, u takvom pristupu bi se, neovisno od izvršavanja baznog algoritma, permanentno pokušavalo unaprijediti rješenja iz Pareto arhive primjenom mehanizama lokalnog pretraživanja na ista.
- Da li bi se korištenjem modernih cloud servisa mogla kreirati platforma za primjenu multi-kolonijskih MOACO algoritama? Prelazak sa multi na hiper-kolonijske algoritme bi uz ovakvu platformu postao stvar jednostavnog podešenja bez dodatnih zahtjeva na računarske resurse.

4 Ciljevi i plan istraživanja

Osnovni cilj doktorske disertacije, koji proizilazi iz detaljne analize stanja u oblasti istraživanja i lične motivacije, je unapređenje osobina postojećih MOACO algoritama odnosno uvođenje alternativnih modela u strukturu istih.

Kako bi se ostvario osnovni cilj, istraživanje će biti koncipirano prema sljedećem planu:

1. Izrada detaljnog pregleda stanja u oblasti istraživanja, zajedno sa kritičkim osvrtom na prednosti i nedostatke svih značajnih postojećih ACO algoritama, naročito MOACO algoritama.
2. Sistematična analiza uticaja postojećih varijacija u strukturi MOACO algoritama na performanse algoritma.
3. Uvođenje jednog ili više alternativnih elemenata u strukturu MOACO algoritma u skladu sa prijedlozima koji su dati u poglavlju koje se odnosi na motivaciju za istraživanje.
4. Identificiranje prednosti i nedostataka uvođenja takve modifikacije u strukturu izvornog algoritma.
5. Analiza potencijala primjenjivosti modificiranog algoritma na praktične problemske domene.
6. Formiranje simulacijskog okruženja koje će omogućiti evaluaciju performansi algoritma.

5 Metodologija istraživanja

Kako bi se izvršila istraživanja i proveo plan koji je predstavljen u prethodnom poglavlju, unutar programskog paketa MATLAB, biti će kreirano odgovarajuće testno okruženje. Okruženje će omogućiti kvalitativno poređenje izvornih varijanti MOACO algoritama sa onim koje budu nastale kao posljedica istraživanja provedenih unutar ove doktorske disertacije.

Kao i u mnogim drugim oblastima tako i u ACO, većina istraživača je, posebno u ranim fazama razvoja date oblasti, vlastite algoritme ispitivala na sopstvenim testnim platformama. Iako je ovakav pristup jako čest, bitno je napomenuti da isti može da predstavlja ozbiljan problem kod evaluacije i komparacije algoritama [109]. U nekim oblastima, ovaj problem je relativno lako otklonjiv. Naime, ukoliko je za vrlo precizno definisanu problemsku situaciju, moguće jasno odrediti neophodne osobine ulaznih te očekivane osobine izlaznih podataka za potencijalne implementacije rješenja datog problema, uvođenjem baze testnih slučajeva omogućava se pouzdana i objektivna evaluacija te komparacija datih implementacija. Međutim, u slučaju ACO algoritama, problem postaje nešto složeniji. Naime, s obzirom na to da se u slučaju ACO algoritama radi o metaheuristici koja je primjenjiva na čitav set problemskih situacija, osobine ulaznih te očekivane osobine izlaznih podataka potencijalne implementacije rješenja konkretnog problema mogu se značajno razlikovati od problema do problema. Naučna zajednica je ovaj problem djelimično pokušala prevazići uvođenjem testnih baza za standardne probleme na koje se primjenjuje ACO. Tu se posebno ističe TSP problem koji se nametnuo kao neka vrsta *benchmark*-a kada je riječ o evaluaciji i komparaciji ACO algoritama. Tako je npr. u [11] napravljena analiza razlika u performansama različitih ACO algoritama provođenjem eksperimenata na TSP problemskim instancama koje su dostupne na internetu u sklopu TSPLIB benchmark biblioteke. Data biblioteka je u literaturi općeprihvaćena kao testni poligon za evaluaciju i komparaciju ACO algoritama za slučaj primjene istih na TSP problem.

S obzirom da je u ovoj doktorskoj disertaciji jedan od ciljeva analiza potencijala primjenjivosti modificiranog algoritma (u skladu sa idejama koje su predstavljene u poglavlju 3) na praktične problemske domene, TSPLIB i druge slične baze vjerovatno neće moći biti korištene za evaluaciju i komparaciju algoritama s obzirom da razmatrani problem vjerovatno neće biti TSP ili neki od drugih standardnih problema. U tom smislu, ukoliko se zaista ostvari takav scenario, u radu će biti predstavljene modifikacije standardnih ACO algoritama koje bi omogućile primjenu istih na dati problem te samim time i poređenje performanse modificiranog algoritma sa performansama izvornih algoritama primijenjenih na dati problem. Pomenuto testno okruženje će omogućiti upravo ovakvo poređenje. Naime, unutar testnog okruženja bit će implementiran generator instanci date problemske situacije na koje će onda biti primijenjeni standardni ACO algoritmi te modificirani algoritam. Na ovaj način će biti omogućena komparacija i evaluacija performansi datog algoritma.

6 Očekivani naučni doprinos disertacije

Osnovni potencijalni naučni doprinosi disertacije su:

- Pобољшanje postojećih ili formiranje novih strukturnih elemenata MOACO algoritama, a sve u cilju što kvalitetnije pretrage problemskog prostora u smislu pronalaska rješenja koja u što je moguće većoj mjeri pokrivaju Pareto front.
- Provođenje analize u kojoj bi se pokazao potencijal primjene inovacija iz prve stavke na praktični problemski domen (npr. u oblasti prostornog planiranja, planiranja trasa, upravljanja elektro-energetskim sistemom ili neke druge oblasti koja bi se u fazi istraživanja eventualno ukazala kao pogodna).

Osim ovih doprinosa, očekuje se definiranje novih pravaca za daljnja istraživanja u ovoj oblasti. Naime, rezultati dobiveni na osnovu istraživanja stavki koje su navedene u poglavlju koje se odnosi na motivaciju za istraživanje, zasigurno će otvoriti dodatna pitanja koja u ovoj doktorskoj disertaciji neće sva moći biti odgovorena. Međutim, samo postavljanje datih pitanja, može se smatrati doprinosom disertacije s obzirom da ista mogu poslužiti kao motiv za daljnja istraživanja i buduće rezultate u MOACO oblasti.

7 Literatura

- [1] Dorigo M, Gambardella LM. Ant colonies for the travelling salesman problem. *BioSystems*. 1997 Jul 31;43(2):73-81.
- [2] Dorigo M, Gambardella LM. Ant colony system: a cooperative learning approach to the traveling salesman problem. *IEEE Transactions on evolutionary computation*. 1997 Apr;1(1):53-66.
- [3] Dorigo M, Maniezzo V, Colorni A. Ant system: optimization by a colony of cooperating agents. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B (Cybernetics)*. 1996 Feb;26(1):29-41.
- [4] Samim Konjicija. Heuristički algoritmi. Elektrotehnički fakultet Univerziteta u Sarajevu. 2013
- [5] Beyer HG, Schwefel HP, Wegener I. How to analyse evolutionary algorithms. *Theoretical Computer Science*. 2002 Sep 25;287(1):101-30.
- [6] Silberholz J, Golden B. Comparison of metaheuristics. In *Handbook of metaheuristics 2010* (pp. 625-640). Springer US.
- [7] Deneubourg JL, Aron S, Goss S, Pasteels JM. The self-organizing exploratory pattern of the argentine ant. *Journal of insect behavior*. 1990 Mar 1;3(2):159-68.
- [8] Goss S, Aron S, Deneubourg JL, Pasteels JM. Self-organized shortcuts in the Argentine ant. *Naturwissenschaften*. 1989 Dec 29;76(12):579-81.
- [9] Dorigo M, Bonabeau E, Theraulaz G. Ant algorithms and stigmergy. *Future Generation Computer Systems*. 2000 Jun 30;16(8):851-71.
- [10] Dorigo M, Di Caro G. Ant colony optimization: A new metaheuristic, evolutionary computation. In *CEC 99. Proceedings of the 1999 Congress on 1999* (Vol. 2).
- [11] Dorigo M, Stützle T. *Ant Colony Optimization*. The MIT Press, Cambridge, Massachusetts, 2004.
- [12] Bonabeau E, Dorigo M, Theraulaz G. *Swarm intelligence: from natural to artificial systems*. Oxford university press; 1999.
- [13] Beni G, Wang J. Swarm intelligence in cellular robotic systems. In *Robots and Biological Systems: Towards a New Bionics? 1993* (pp. 703-712). Springer Berlin Heidelberg.
- [14] Leguizamón G, Coello CA. Multi-objective ant colony optimization: A taxonomy and review of approaches. *Integration of Swarm Intelligence and Artificial Neural Network*. 2011 Jan 1:67-94.
- [15] Zlochin M, Birattari M, Meuleau N, Dorigo M. Model-based search for combinatorial optimization: A critical survey. *Annals of Operations Research*. 2004 Oct 1;131(1-4):373-95.
- [16] Dorigo M. *Optimization, Learning and Natural Algorithms*. Dipartimento di Elettronica, Politecnico di Milano; Milan, Italy: 1992 (Doctoral dissertation, Ph. D. thesis).
- [17] Stützle T, Hoos HH. MAX-MIN ant system. *Future generation computer systems*. 2000 Jun 30;16(8):889-914.
- [18] Dorigo M, Birattari M, Stutzle T. Artificial ants as a computational intelligence technique. *IEEE Computational Intelligence Magazine*. 2006 Sep; 1:28-39.
- [19] Bullnheimer B, Bullnheimer B, Hartl RF, Strauss C. An improved ant System algorithm for the vehicle Routing Problem. *Annals of operations research*. 1999 Jan 1;89:319-28.
- [20] Stützle T. MAX-MIN Ant system for quadratic assignment problems. Germany: Intellektik Group, Department of Computer Science, Darmstadt University of Technology (Report No. AIDA-97-04). 1997 Jul.
- [21] Stützle T. Local search algorithms for combinatorial problems. Darmstadt University of Technology PhD Thesis. 1998;20.

- [22] Gambardella LM, Ant-Q DM. A Reinforcement Learning Approach to the Traveling Salesman Problem. In Proceedings of ML-95 Twelfth Intern Conf on Machining 1994 (pp. 252-260).
- [23] Miettinen K. Nonlinear Multiobjective Optimization, volume 12 of International Series in Operations Research and Management Science 1999.
- [24] Vira C, Haimes YY. Multiobjective decision making: theory and methodology. North-Holland; 1983.
- [25] Coello CA, Van Veldhuizen DA, Lamont GB. Evolutionary algorithms for solving multi-objective problems. New York: Kluwer Academic; 2002 May.
- [26] Fonseca CM. Multiobjective genetic algorithms with application to control engineering problems. PhD dissertation, Department of Automatic Control and Systems Engineering, University of Sheffield; 1995
- [27] Pierre DA. Optimization Theory with Applications Dover Publications. New York. 1986.
- [28] Das I, Dennis JE. A closer look at drawbacks of minimizing weighted sums of objectives for Pareto set generation in multicriteria optimization problems. Structural optimization. 1997 Aug 1;14(1):63-9.
- [29] Gandibleux X, Sevaux M, Sörensen K, T'kindt V, editors. Metaheuristics for multiobjective optimisation. Springer Science & Business Media; 2004 Jan 14.
- [30] Knowles J, Corne D. On metrics for comparing nondominated sets. In Evolutionary Computation, 2002. CEC'02. Proceedings of the 2002 Congress on 2002 May 12 (Vol. 1, pp. 711-716). IEEE.
- [31] Li X, Branke J, Kirley M. On performance metrics and particle swarm methods for dynamic multiobjective optimization problems. In 2007 IEEE Congress on Evolutionary Computation 2007 Sep 25 (pp. 576-583). IEEE.
- [32] López-Ibáñez M. Multi-objective Ant Colony Optimization. Diploma thesis, Intellectics Group, Computer Science Department, Technische Universität Darmstadt, Germany, 2004.
- [33] Tan KC, Khor EF, Lee TH. Multiobjective evolutionary algorithms and applications. Springer Science & Business Media; 2006 Feb 18.
- [34] Zitzler E, Deb K, Thiele L. Comparison of multiobjective evolutionary algorithms: Empirical results. Evolutionary computation. 2000;8(2):173-95.
- [35] Zimonjić S. Teorija optimalnih rješenja. Elektrotehnički fakultet u Sarajevu, Sarajevo. 1990.
- [36] Fonseca CM, Fleming PJ. Genetic Algorithms for Multiobjective Optimization: Formulation Discussion and Generalization. In ICGA 1993 Jun 1 (Vol. 93, pp. 416-423).
- [37] Deb K. Multi-Objective Optimization Using Evolutionary Algorithms. John Wiley & Sons. Inc., New York, NY. 2001.
- [38] Coello CA. An updated survey of GA-based multiobjective optimization techniques. ACM Computing Surveys (CSUR). 2000 Jun 1;32(2):109-43.
- [39] Gambardella LM, Taillard É, Agazzi G. MACS-VRPTW: A multiple ant colony system for vehicle routing problems with time windows. 1999.
- [40] Gravel M, Price WL, Gagné C. Scheduling continuous casting of aluminum using a multiple objective ant colony optimization metaheuristic. European Journal of Operational Research. 2002 Nov 16;143(1):218-29.
- [41] Mariano CE, Morales EM. MOAQ an ant-Q algorithm for multiple objective optimization problems. In Proceedings of the 1st Annual Conference on Genetic and Evolutionary Computation-Volume 1 1999 Jul 13 (pp. 894-901). Morgan Kaufmann Publishers Inc..
- [42] Iredi S, Merkle D, Middendorf M. Bi-criterion optimization with multi colony ant algorithms. In International Conference on Evolutionary Multi-Criterion Optimization 2001 Mar 7 (pp. 359-372). Springer Berlin Heidelberg.
- [43] Barán B, Schaerer M. A Multiobjective Ant Colony System for Vehicle Routing Problem with Time Windows. In Applied Informatics 2003 Feb 10 (pp. 97-102).

- [44] Cardoso P, Jesus M, Márquez A. MONACO-multi-objective network optimisation based on an ACO. *Proceedings of Encuentros de Geometria Computacional*. 2003 Jun 16.
- [45] Doerner K, Gutjahr WJ, Hartl RF, Strauss C, Stummer C. Pareto ant colony optimization: A metaheuristic approach to multiobjective portfolio selection. *Annals of operations research*. 2004 Oct 1;131(1-4):79-99.
- [46] Mariano CE, Morales EM. MOAQ an ant-Q algorithm for multiple objective optimization problems. In *Proceedings of the 1st Annual Conference on Genetic and Evolutionary Computation-Volume 1* 1999 Jul 13 (pp. 894-901). Morgan Kaufmann Publishers Inc..
- [47] T'kindt V, Monmarché N, Tercinet F, Laügt D. An ant colony optimization algorithm to solve a 2-machine bicriteria flowshop scheduling problem. *European Journal of Operational Research*. 2002 Oct 16;142(2):250-7.
- [48] Yagmahan B, Yenisey MM. A multi-objective ant colony system algorithm for flow shop scheduling problem. *Expert Systems with Applications*. 2010 Mar 31;37(2):1361-8.
- [49] McMullen PR. An ant colony optimization approach to addressing a JIT sequencing problem with multiple objectives. *Artificial Intelligence in Engineering*. 2001 Jul 31;15(3):309-17.
- [50] Baykasoglu A, Dereli T, Sabuncu I. A multiple objective ant colony optimization approach to assembly line balancing problems. In *35th International Conference on Computers and Industrial Engineering (CIE35)*, Istanbul, Turkey 2005 Jun (pp. 263-268).
- [51] Doerner K, Hartl RF, Reimann M. CompetAnts for problem solving—the case of full truckload transportation. *Central European Journal for Operations Research and Economics*. 2003;11(2):115-41.
- [52] Guntzsch M, Middendorf M. Solving multi-criteria optimization problems with population-based ACO. In *International Conference on Evolutionary Multi-Criterion Optimization* 2003 Apr 8 (pp. 464-478). Springer Berlin Heidelberg.
- [53] Sama M, Pellegrini P, D'Ariano A, Rodriguez J, Pacciarelli D. A Routing Filter for the Real-time Railway Traffic Management Problem Based on Ant Colony Optimization. *Transportation Research Procedia*. 2015 Dec 31;10:534-43.
- [54] Alaya I, Solnon C, Ghedira K. Ant Colony Optimization for Multi-Objective Optimization Problems. In *ICTAI (1)* 2007 Oct 29 (pp. 450-457).
- [55] López-Ibáñez M, Paquete L, Stützle T. On the design of ACO for the biobjective quadratic assignment problem. In *International Workshop on Ant Colony Optimization and Swarm Intelligence* 2004 Sep 5 (pp. 214-225). Springer Berlin Heidelberg.
- [56] López-Ibáñez M, Stützle T. An analysis of algorithmic components for multiobjective ant colony optimization: A case study on the biobjective TSP. In *International Conference on Artificial Evolution (Evolution Artificielle)* 2009 Oct 26 (pp. 134-145). Springer Berlin Heidelberg.
- [57] García-Martínez C, Cordon O, Herrera F. A taxonomy and an empirical analysis of multiple objective ant colony optimization algorithms for the bi-criteria TSP. *European Journal of Operational Research*. 2007 Jul 1;180(1):116-48.
- [58] Angus D, Woodward C. Multiple objective ant colony optimisation. *Swarm intelligence*. 2009 Mar 1;3(1):69-85.
- [59] López-Ibáñez M, Stützle T. Automatic configuration of multi-objective ACO algorithms. In *International Conference on Swarm Intelligence* 2010 Sep 8 (pp. 95-106). Springer Berlin Heidelberg.
- [60] Angelo JS, Barbosa HJ. On ant colony optimization algorithms for multiobjective problems. *ANT COLONY OPTIMIZATION METHODS AND APPLICATIONS*. 2011:53.
- [61] Doerner K, Gutjahr WJ, Hartl RF, Strauss C, Stummer C. Pareto ant colony optimization: A metaheuristic approach to multiobjective portfolio selection. *Annals of operations research*. 2004 Oct 1;131(1-4):79-99.

- [62] Pinto D, Barán B. Solving multiobjective multicast routing problem with a new ant colony optimization approach. In Proceedings of the 3rd international IFIP/ACM Latin American conference on Networking 2005 Oct 10 (pp. 11-19). ACM.
- [63] Gómez O, Barán B. Omicron aco. a new ant colony optimization algorithm. CLEI Electronic Journal. 2005 Aug 5;8(1):1-8.
- [64] Gardel P, Estigarribia H, Fernández U, Barán B. Aplicación del Omicron aco al problema de compensación de potencia reactiva en un contexto multiobjetivo. In Congreso Argentino de Ciencias de la Computación-CACIC 2005.
- [65] Paciello J, Martínez H, Lezcano C, Barán B. Algoritmos de Optimización multi-objetivos basados en colonias de hormigas. In Proceedings of CLEI 2006 (Vol. 6).
- [66] Yagmahan B, Yenisey MM. A multi-objective ant colony system algorithm for flow shop scheduling problem. Expert Systems with Applications. 2010 Mar 31;37(2):1361-8.
- [67] Doerner KF, Hartl RF, Reimann M. Are COMPETants more competent for problem solving?- the case of a routing and scheduling problem. In Proceedings of the 3rd Annual Conference on Genetic and Evolutionary Computation 2001 Jul 7 (pp. 802-802). Morgan Kaufmann Publishers Inc..
- [68] Miettinen K. Nonlinear Multiobjective Optimization, volume 12 of International Series in Operations Research and Management Science. 1999.
- [69] Zitzler E. Evolutionary algorithms for multiobjective optimization: Methods and applications. 1999.
- [70] Donati AV, Montemanni R, Casagrande N, Rizzoli AE, Gambardella LM. Time dependent vehicle routing problem with a multi ant colony system. European journal of operational research. 2008 Mar 16;185(3):1174-91.
- [71] Angus D. Crowding Population-based Ant Colony Optimisation for the Multi-objective Travelling Salesman Problem. In MCDM 2007 Apr 1 (pp. 333-340).
- [72] Golberg DE. Genetic algorithms in search, optimization, and machine learning. Addison wesley. 1989;1989:102.
- [73] Zitzler E, Künzli S. Indicator-based selection in multiobjective search. In International Conference on Parallel Problem Solving from Nature 2004 Sep 18 (pp. 832-842). Springer Berlin Heidelberg.
- [74] Deb K, Agrawal S, Pratap A, Meyarivan T. A fast elitist non-dominated sorting genetic algorithm for multi-objective optimization: NSGA-II. In International Conference on Parallel Problem Solving From Nature 2000 Sep 18 (pp. 849-858). Springer Berlin Heidelberg.
- [75] Steuer RE. Multiple criteria optimization: theory, computation, and applications. Wiley; 1986.
- [76] Deb K, Algorithms MO. Wiley-Interscience series in systems and optimization. New York. 2001.
- [77] Zitzler E, Laumanns M, Thiele L. SPEA2: Improving the strength Pareto evolutionary algorithm. In Eurogen 2001 May (Vol. 3242, No. 103, pp. 95-100).
- [78] Zitzler E, Brockhoff D, Thiele L. The hypervolume indicator revisited: On the design of Pareto-compliant indicators via weighted integration. In International Conference on Evolutionary Multi-Criterion Optimization 2007 Mar 5 (pp. 862-876). Springer Berlin Heidelberg.
- [79] López-Ibáñez M, Paquete L, Stützle T. Exploratory analysis of stochastic local search algorithms in biobjective optimization. In Experimental methods for the analysis of optimization algorithms 2010 (pp. 209-222). Springer Berlin Heidelberg.
- [80] Gambardella LM, Dorigo M. An ant colony system hybridized with a new local search for the sequential ordering problem. INFORMS Journal on Computing. 2000 Aug;12(3):237-55.
- [81] Maniezzo V, Colorni A. The ant system applied to the quadratic assignment problem. IEEE Transactions on knowledge and data engineering. 1999 Sep;11(5):769-78.

- [82] Stützle T, Hoos H. MAX-MIN ant system and local search for the traveling salesman problem. In *Evolutionary Computation, 1997.*, IEEE International Conference on 1997 Apr 13 (pp. 309-314). IEEE.
- [83] Stützle T, Hoos H. The max-min ant system and local search for combinatorial optimization problems. In *Meta-heuristics 1999* (pp. 313-329). Springer US.
- [84] Paquete L, Stützle T. A study of stochastic local search algorithms for the biobjective QAP with correlated flow matrices. *European Journal of Operational Research*. 2006 Mar 16;169(3):943-59.
- [85] Liu N, Huang B, Pan X. Using the ant algorithm to derive Pareto fronts for multiobjective siting of emergency service facilities. *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board*. 2005 Jan 1(1935):120-9.
- [86] Fonseca LG, Capriles PV, Barbc HJ, Lemonge AC. A stochastic rank-based ant system for discrete structural optimization. In *2007 IEEE Swarm Intelligence Symposium 2007 Apr 1* (pp. 68-75). IEEE.
- [87] Angus D. Population-based ant colony optimisation for multi-objective function optimisation. In *Australian Conference on Artificial Life 2007 Dec 4* (pp. 232-244). Springer Berlin Heidelberg.
- [88] Socha K, Dorigo M. Ant colony optimization for continuous domains. *European journal of operational research*. 2008 Mar 16;185(3):1155-73.
- [89] Garcia-Najera A, Bullinaria JA. Extending ACOR to solve multi-objective problems. In *Proceedings of the UK Workshop on Computational Intelligence (UKCI 2007)*, London, UK 2007.
- [90] Bui LT, Whitacre JM, Abbass HA. Performance analysis of elitism in multi-objective ant colony optimization algorithms. In *2008 IEEE Congress on Evolutionary Computation (IEEE World Congress on Computational Intelligence) 2008 Jun 1* (pp. 1633-1640). IEEE.
- [91] Benlian X, Zhiquan W. A multi-objective-ACO-based data association method for bearings-only multi-target tracking. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*. 2007 Dec 31;12(8):1360-9.
- [92] Mora AM, Merelo JJ, Millán C, Torrecillas J, Laredo JL, Castillo PA. Comparing ACO algorithms for solving the bi-criteria military path-finding problem. In *European Conference on Artificial Life 2007 Sep 10* (pp. 665-674). Springer Berlin Heidelberg.
- [93] Mora AM, Merelo JJ, Millán C, Torrecillas J, Laredo JL. CHAC. a MOACO algorithm for computation of bi-criteria military unit path in the battlefield. *arXiv preprint cs/0610113*. 2006 Oct 19.
- [94] Mora AM, Merelo JJ, Millan C, Torrecillas J, Laredo JL, Castillo PA. Enhancing a MOACO for solving the bi-criteria pathfinding problem for a military unit in a realistic battlefield. In *Workshops on Applications of Evolutionary Computation 2007 Apr 11* (pp. 712-721). Springer Berlin Heidelberg.
- [95] McMullen PR, Tarasewich P. Multi-objective assembly line balancing via a modified ant colony optimization technique. *International Journal of Production Research*. 2006 Jan 1;44(1):27-42.
- [96] Xing LN, Chen YW, Yang KW. Interactive fuzzy multi-objective ant colony optimization with linguistically quantified decision functions for flexible job shop scheduling problems. In *Frontiers in the Convergence of Bioscience and Information Technologies, 2007. FBIT 2007 Oct 11* (pp. 801-806). IEEE.

- [97] Afshar A, Sharifi F, Jalali MR. Non-dominated archiving multi-colony ant algorithm for multi-objective optimization: Application to multi-purpose reservoir operation. *Engineering Optimization*. 2009 Apr 1;41(4):313-25.
- [98] Eppe S. Integrating the decision maker's preferences into Multiobjective Ant Colony Optimization. 2009 Aug 14:56.
- [99] Brans JP, Mareschal B. PROMETHEE methods. In eds. J. Figueira, S. Greco, and M. Ehrgott, *Multiple Criteria Decision Analysis. State of the Art Surveys*, pp. 163–195. Springer, New York, USA, 2005.
- [100] Chica M, Cordón Ó, Damas S, Pereira J, Bautista J. Incorporating preferences to a multi-objective ant colony algorithm for time and space assembly line balancing. In *International Conference on Ant Colony Optimization and Swarm Intelligence 2008 Sep 22* (pp. 331-338). Springer Berlin Heidelberg.
- [101] Chica M, Cordón Ó, Damas S, Bautista J. Multiobjective constructive heuristics for the 1/3 variant of the time and space assembly line balancing problem: ACO and random greedy search. *Information Sciences*. 2010 Sep 15;180(18):3465-87.
- [102] Häckel S, Fischer M, Zechel D, Teich T. A multi-objective ant colony approach for pareto-optimization using dynamic programming. In *Proceedings of the 10th annual conference on Genetic and evolutionary computation 2008 Jul 13* (pp. 33-40). ACM.
- [103] Chaharsooghi SK, Kermani AH. An effective ant colony optimization algorithm (ACO) for multi-objective resource allocation problem (MORAP). *Applied Mathematics and Computation*. 2008 Jun 15;200(1):167-77.
- [104] Vieira SM, Sousa JM, Runkler TA. Multi-criteria ant feature selection using fuzzy classifiers. In *Swarm Intelligence for Multi-objective Problems in Data Mining 2009* (pp. 19-36). Springer Berlin Heidelberg.
- [105] Yang Y, Wu G, Chen J, Dai W. Multi-objective optimization based on ant colony optimization in grid over optical burst switching networks. *Expert Systems with Applications*. 2010 Mar 31;37(2):1769-75.
- [106] Marzband M, Yousefnejad E, Sumper A, Domínguez-García JL. Real time experimental implementation of optimum energy management system in standalone microgrid by using multi-layer ant colony optimization. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*. 2016 Feb 29;75:265-74.
- [107] Zuliani JB, Weiss Cohen M, Batista LD, Gadelha Guimarães F. Multi-objective Topology Optimization with Ant Colony Optimization and Genetic Algorithms. *Computer-Aided Design and Applications*. 2015 Nov 2;12(6):674-82.
- [108] Mirhoseini SH, Hosseini SM, Ghanbari M, Gandomkar M. Multi-objective Reconfiguration of Distribution Network Using a Heuristic Modified Ant Colony Optimization Algorithm. *Modeling and Simulation in Electrical and Electronics Engineering*. 2015 Feb 24;1(1):23-33.
- [109] Müller H, Müller W, Squire DM, Marchand-Maillet S, Pun T. Performance evaluation in content-based image retrieval: overview and proposals. *Pattern Recognition Letters*. 2001 Apr 30;22(5):593-601.